



## La Enseñanza del Diagrama de Caja y Bigotes para Mejorar su Interpretación

MSc. Jorge Flores<sup>1</sup>, MSc. Roberto Flores<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Universidad Técnica de Manabí, Portoviejo, Ecuador.

<sup>2</sup>Universidad Laica VICENTE ROCAFUERTE de Guayaquil, Ecuador.

\*Autor para la correspondencia. Email: [jrflores@utm.edu.ec](mailto:jrflores@utm.edu.ec)

Recibido: 14-1-2018 / Aceptado: 30-4-2018

### RESUMEN

El propósito de este estudio fue mejorar la interpretación del diagrama de caja y bigotes utilizando un módulo autoinstruccional en combinación con la instrucción por pares. Participaron en este estudio 30 estudiantes de un programa de grado de una universidad ecuatoriana. La unidad bajo estudio fue el "Tratamiento Estadístico de Datos" y en el tema "Diagrama de caja y bigotes". Se administró la prueba de entrada, luego se entregó el módulo autoinstruccional "Diagrama de caja y bigotes" y posteriormente se realizó la instrucción por pares y finalizada la misma se administró la prueba de salida. La prueba t emparejada dio un valor de  $t = 14,64$  con 29 grados de libertad que es significativo a un valor de  $p < 0,0001$ . Este estudio en su primera fase comprobó que la combinación del módulo autoinstruccional con la instrucción por pares resulta en un mejor aprendizaje. Además, la media de las calificaciones de la prueba de salida avala el logro de la alfabetización estadística, mientras que la media de las calificaciones de la prueba de concepto avala el razonamiento estadístico.

**Palabras clave:** Estadística, diagrama de caja y bigote, módulo autoinstruccional, instrucción por pares, alfabetización y razonamiento estadístico.

## The Teaching of Box and Whiskers Plot to Improve their Interpretation

### ABSTRACT

The purpose of this study was to improve the interpretation of the box and whisker plot using a self-instructional module in combination with peer instruction. In this study 30 undergraduate students of an Ecuadorian University participated in the experiment. The intervention combined a self-instructional module and the peer instruction, in the unit of "Statistical data processing" and on the topic "Box and whisker plot". The students received the pretest, then they studied the self-instructional module "Box and whisker plot" and subsequently held the peer instruction and finally they received the posttest. The paired t-test results in t value of  $t = 14.64$  with 29 degrees of freedom which is significant at a p-value  $< 0.0001$ . This study in its first phase proved that the combination of the self-instructional module with peer instruction results in better learning. In addition, the

average scores of the posttest supports achievement of statistical literacy, while the average score of the concept test support the statistical reasoning.

**Key words:** Statistics, box and whisker plot, self-instructional module, peer instruction, statistical literacy and reasoning

## O Ensino do Diagrama Caixa e Bigodes para Melhorar sua Interpretação

### RESUMO

O objetivo deste estudo foi melhorar a interpretação do diagrama de caixa e whisker usando o módulo autoinstrucional em combinação com a instrução por pares. 30 um programa de grau de estudantes universitários equatorianos participaram deste estudo. A unidade em estudo foi o "processamento de dados estatístico" e clique no tópico "diagrama de caixa e whisker". Dado o teste de entrada, se rendeu o módulo de autoinstrucional "diagrama de caixa e whisker" posteriormente realizada a instrução e completada por pares o teste de saída foi utilizado. O teste combinado t deu um valor de  $t = 14.64$  com 29 graus de liberdade, que é significativo com um  $p$ -valor  $< 0,0001$ . Este estudo em sua primeira fase provou que a combinação do módulo autoinstrucional com a instrução do mesmo nível resulta em uma melhor aprendizagem. Além disso, a média do teste de saída suporta a conquista da alfabetização estatística, enquanto a pontuação média da prova conceitual apoia o raciocínio estatístico.

**Key words:** estatísticas, diagrama caixa e whisker, módulo autoinstrucional, instrução pelos pares, alfabetização e raciocínio estatístico.

### 1. INTRODUCCION

La Estadística se apoya en las representaciones gráficas para mostrar cómo se distribuyen los datos. Entre ellas se encuentran el diagrama de caja y bigotes, el cual es la representación gráfica de una distribución de datos, diseñada para tomar decisiones y razonar acerca de esas distribuciones. Esta representación consta de cinco elementos: el valor mínimo, el primer cuartil ( $Q_1$ ), el segundo cuartil ( $Q_2$ ), el tercer cuartil ( $Q_3$ ) y el valor máximo; como puede notarse ellos dividen a los datos en cuatro grupos. Esta representación presenta al mismo tiempo una medida de tendencia central (mediana), dos medidas de dispersión (rango y rango intercuartil) e indica la simetría o asimetría de la distribución (Devore, 2012; Triola, 2013; Johnson & Kuby, 2012).

Los estudiantes al momento de interpretar el diagrama de caja y bigotes tienen serias dificultades relacionadas con la mediana, a la cual ellos no la perciben como una medida de tendencia central. También confunden el ancho de la caja, no el largo, con la dispersión de los datos (Bakker, Biehler & Konold, 2004). Otros autores han encontrado que los

estudiantes piensan que cuando una de las áreas de la caja es más grande en ella se encuentran mayor cantidad de datos (Lem, Onghena, Verschaffel & Van Dooren, 2012; Lem, Onghena, Verschaffel & Van Dooren, 2013)

Por lo tanto, el propósito de este estudio fue mejorar la interpretación del diagrama de caja y bigotes utilizando un módulo autoinstruccional en combinación con la instrucción por pares.

### **1.1. Alfabetización y razonamiento estadístico**

La Asociación Americana de Estadística (ASA por sus siglas en Inglés) recomienda lo siguiente para la enseñanza de la Estadística: (1) Enseñar el razonamiento estadístico. (2) Enfocarse en la parte conceptual. (3) Integrar datos reales con un contexto y un propósito. (4) Fomentar el aprendizaje activo. (5) Usar la tecnología para explorar los conceptos y analizar datos. (6) Usar la evaluación para mejorar el aprendizaje de los estudiantes (American Statistical Association, 2016). La aplicación de estas recomendaciones logra la alfabetización y razonamiento estadístico.

La alfabetización estadística involucra comprender y usar el lenguaje y herramientas estadísticas y, además, conocer lo que significan los términos estadísticos, comprender el uso de los símbolos estadísticos y ser capaz de interpretar las diferentes representaciones de los datos. La alfabetización estadística procura que los estudiantes estén familiarizados con los conceptos estadísticos ya que ellos juegan un rol muy importante en el razonamiento y lo que es más importante ellos permiten comunicar esos razonamientos (Jonassen, 2006).

El razonamiento estadístico involucra argumentar con las ideas estadísticas, dar sentido a la información estadística, relacionar los conceptos de la estadística e interpretar los resultados estadísticos (Garfield, delMas & Chance, 2003). El razonamiento es uno de los procesos cognitivos más básicos e importantes, ya que este apoya la comprensión conceptual y la resolución de problemas. Además, el razonamiento se requiere para formular predicciones, sacar conclusiones, establecer inferencias y explicar los fenómenos (Jonassen & Ionas, 2008). En definitiva, estos dos procesos están interrelacionados.

Por lo tanto, es esencial que los estudiantes aprendan los conceptos centrales de la Estadística y que también aprendan a razonar estadísticamente, usando un módulo autoinstruccional relacionado con el concepto de caja y bigotes. Además, para que los estudiantes logren el razonamiento estadístico, en el salón de clase hay que implementar

lo que se denomina las pedagogías personalizadas, en las cuales los estudiantes discuten con sus pares preguntas de estadística relacionadas con el diagrama de caja y bigotes (Chick, Haynie & Gurung, 2009).

Además, la enseñanza de la Estadística es importante impartirla en ambientes de aprendizaje centrados en los estudiantes, de tal manera que ellos apliquen el aprendizaje activo. En estos ambientes de aprendizaje, los estudiantes, por medio de actividades auténticas, es decir, utilizando datos reales y apoyados por la tecnología, ellos analizan los datos; y de esta manera conectan estas actividades de aprendizaje con los contenidos de la Estadística. Asimismo, es un requerimiento que estos ambientes de aprendizaje sean de naturaleza colaborativa para que ellos interactúen con sus pares y como producto de la misma construyan el conocimiento (Jonassen & Howland, 1997).

## **1.2. Diseño instruccional**

Para lograr la alfabetización estadística se diseñó un módulo autoinstruccional sobre el tema “Diagrama de caja y bigotes”. En este módulo se enseñan los conceptos estadísticos relacionados con la construcción del diagrama de caja y bigotes, que son el primero, segundo y tercer cuartil, el límite inferior y el límite superior y se muestra el procedimiento de construcción. Este módulo, el estudiante lo aprende a su propio ritmo y de manera independiente. Esto es necesario ya que para la aplicación de la instrucción por pares se requiere que los estudiantes vengan preparados a la clase y este módulo autoinstruccional les proporciona la información necesaria para comprender los diagramas de caja y bigotes.

El “diseño instruccional es un proceso sistemático y reflexivo que traduce los principios de aprendizaje e instrucción en planes para los materiales instruccionales, actividades, fuentes de información y evaluación” (Smith & Ragan, 1999, p. 2). Este modelo está basado en la teoría del aprendizaje de R. Gagne y tiene los siguientes pasos: (1) Actividades preinstruccionales; (2) Presentación de la información; (3) Participación del estudiante; (4) Evaluación; (5) Seguimiento y retroalimentación (Gagne, 1985; Gagne, Briggs & Wager, 1988; Gagne & Driscoll, 1988; Dick & Carey, 1987).

Para el diseño del módulo autoinstruccional se tomó en cuenta los resultados de las investigaciones realizadas sobre diagramas de caja y bigotes. Además, el módulo autoinstruccional fue evaluado formativamente por un grupo de cinco estudiantes y luego fue evaluado sumativamente con un grupo de diez estudiantes. Los estudiantes que participaron en estas evaluaciones tienen las mismas características que los estudiantes a

quienes se aplicó la intervención. La razón de la evaluación formativa y sumativa fue la de presentar a los estudiantes que participaron en el experimento una instrucción clara.

### **1.3. Instrucción por pares**

En el área de la física, una pedagogía personalizada es la Instrucción por Pares, desarrollada por Erick Mazur profesor de física de la Universidad de Harvard, ella privilegia el dominio conceptual y promueve la discusión entre los estudiantes (Mazur, 1997). En la enseñanza de la Estadística también se puede aplicar esta metodología para aprender los conceptos de la Estadística y razonar estadísticamente. La instrucción por pares se inicia con una presentación de cinco a siete minutos de duración, en donde se enseñan los puntos más importantes del tema bajo estudio, para a renglón seguido administrar la prueba de conceptos, que generalmente es una prueba de múltiple respuesta y la cual mide la comprensión de los estudiantes acerca de lo explicado. Es importante destacar que la prueba de concepto está creada para observar las dificultades conceptuales que tienen los estudiantes sobre el tema bajo discusión. Los estudiantes contestan la pregunta y registran su respuesta ya sea manualmente o automáticamente. Esto tiene una duración de tres minutos. Luego el profesor solicita a los estudiantes que discutan con sus compañeros más cercanos la respuesta que ellos han dado y nuevamente presentan la respuesta. Esto tiene una duración de dos minutos. Finalmente, el profesor explica la respuesta correcta a los estudiantes, lo cual tiene una duración de tres minutos. En la instrucción por pares se siguen los siguientes pasos: (1) Presentación de la información. (2) Evaluación del estudiante mediante la prueba de concepto. (3) Participación del estudiante en la discusión entre pares. (4) Retroalimentación (Mazur, 1997).

Si el porcentaje de respuestas correctas es menor que el 30% se revisa el concepto. Si el porcentaje de respuestas correctas esta entre 30% y 70% se discute entre pares y se vuelve a dar la nueva respuesta. Si el porcentaje de respuestas es mayor que el 70% se explica la respuesta correcta y se continúa al nuevo tema de la unidad.

En la instrucción por pares se insiste en la alfabetización estadística, enseñando los puntos más importantes del diagrama de caja y sus usos en la estadística exploratoria. El razonamiento estadístico se revela cuando los estudiantes discuten con sus compañeros la respuesta que ellos dieron en la prueba de conceptos relacionada con el diagrama de caja y bigotes. Por lo tanto, se puede concluir que este ambiente de aprendizaje es activo porque el estudiante realiza una serie de actividades que conducen a un mejor aprendizaje: es constructivista porque el estudiante durante las actividades planificadas construye el

conocimiento; es colaborativo porque discute con sus compañeros las respuestas de las pruebas de conceptos e intencional porque tiene metas claras y específicas.

#### 1.4. Representaciones externas múltiples

El diagrama de caja y bigotes es un concepto estadístico que tiene una representación pictórica, una descripción del concepto, el cual corresponde a su representación verbal y su construcción tiene un procedimiento que involucra la representación matemática y se lo puede graficar manualmente o computacionalmente. Es esencial, que ambos sean utilizados. El primero para que noten que el número de datos son aproximadamente iguales en cada grupo y el segundo para que usen la tecnología, como lo recomienda la ASA (Figura 1).

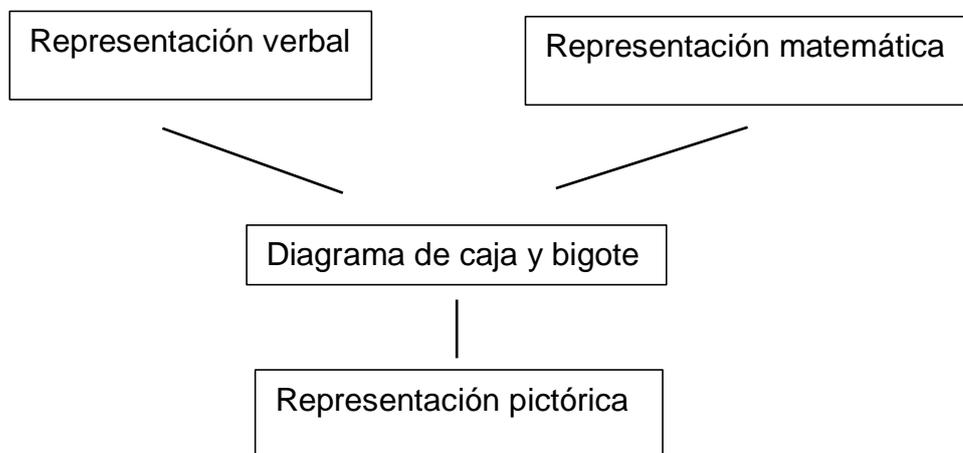


Figura 1. Representación externa múltiple del diagrama de caja y bigote

#### 1.5. Hipótesis

La hipótesis alternativa: La media de la prueba de salida es mayor que la media de la prueba de entrada.

La hipótesis nula: La media de la prueba de entrada es igual a la media de la prueba de salida.

## 2. MÉTODO

### 2.1 Participantes

Los participantes fueron 30 estudiantes con una edad comprendida entre los 18 y 19 años quienes están matriculados en un programa de grado de una universidad privada ecuatoriana, y recibieron la materia de Estadística.

## 2.2 Tareas y materiales instruccionales

La unidad instruccional fue el “Tratamiento Estadístico de Datos” y el tema fue el “Diagrama de caja y bigotes”. El tiempo dedicado para la enseñanza fue de 120 minutos. El material instruccional fue el módulo autoinstruccional “Diagrama de caja y bigotes”. Los instrumentos fueron las pruebas de entrada y de salida y la prueba de conceptos. Las pruebas administradas a los estudiantes eran de referencia por criterio, estas pruebas miden el progreso de los estudiantes y dan información acerca de la efectividad de la instrucción. Además, estas pruebas miden el desempeño de los estudiantes en términos de los objetivos instruccionales.

## 2.3 Procedimiento

En primer lugar, se administró la prueba de entrada que tuvo una duración de 30 minutos; en segundo lugar, se entregó el módulo autoinstruccional al cual los estudiantes le dedicaron 45 minutos; en tercer lugar, se aplicó la instrucción por pares que tuvo una duración de 15 minutos. Los estudiantes respondieron la pregunta conceptual de múltiple respuesta con una hoja que contenía la alternativa que ellos estimaban era la correcta y en cuarto lugar se administró la prueba de salida que tuvo una duración de 30 minutos.

## 2.4 Análisis de datos

Se aplicó la prueba t emparejada con un nivel de significación  $p < 0,05$ .

# 3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

## 3.1 Resultados de la prueba de entrada y de salida

En la **Tabla 1** se presenta el número de estudiantes, la media, la desviación estándar, el valor máximo y el valor mínimo de la prueba de entrada y de salida. Las dos pruebas eran iguales y estaban calificadas sobre 20.

**Tabla 1.** Información estadística de la prueba de entrada y de salida

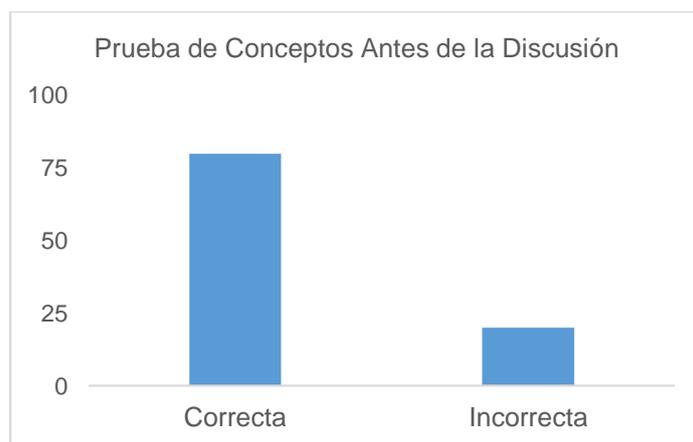
Pruebas	Número de estudiantes	Media	Desviación estándar	Máximo	Mínimo
Prueba de entrada	30	11,97	2,48	17	8
Prueba de salida	30	17,30	2,38	20	11

### 3.2 Resultados de la prueba t emparejada.

La prueba t emparejada dio un valor de  $t = 8,407$  con 29 grados de libertad que es significativo para un valor de  $p < 0,00001$ . Este estudio comprobó la hipótesis; que la combinación del módulo autoinstruccional con la instrucción por pares resulta en un mejor aprendizaje. Por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis de investigación.

### 3.3 Resultados de la prueba de conceptos

El 80% de los estudiantes contestaron correctamente la prueba de conceptos después de la discusión entre pares. En vista de que se satisface la condición de que el 80% de los estudiantes contestaron correctamente no se discutió la respuesta. De todos modos, se explicó la respuesta correcta. En la **Figura 2** se muestra las respuestas correctas de los estudiantes.



**Figura 1.** Diagrama de barras de las respuestas antes.

## 4. CONCLUSIÓN

Este estudio comprobó que el uso de un módulo autoinstruccional en la instrucción por pares mejora el rendimiento de los estudiantes. Primero porque el módulo autoinstruccional permitió que los estudiantes estén preparados para la instrucción y por ello en la instrucción por pares mostraron evidencia de alta comprensión conceptual. Otro de los factores que también incidió en los resultados fue el uso de las representaciones externas múltiples las cuales permitieron conectar la representación visual con los conceptos y distinguir los aspectos relevantes e irrelevantes de la representación visual (Ainsworth, 2006; Schnotz,

2005). Es importante considerar los resultados de otras investigaciones para mejorar la instrucción.

Este estudio tiene mayor valor práctico que valor teórico. Además, fue realizado en una institución privada, sería conveniente replicarlo en una institución pública. Además, hacer un diseño experimental más adecuado para poder generalizar los resultados con mayor precisión.

## 5. REFERENCIAS

- Ainsworth, S. (2006). Deft: A conceptual framework for considering learning with multiple representations. *Learning and Instruction*, 16(3), 183-198.
- American Statistical Society. (2016). GAISE College Report ASA Revision Committee. (2016). Guidelines for Assessment and Instruction En Statistics Education College Report 2016, <http://www.amstat.org/education/gaise>.
- Bakker, A., Biehler, R & Konold, C. (2004). Should young students learn about boxplots. En *Curricular development in statistical education: International Association for Statistical Education*. En G. Burrill, Ed. Lund: Presented at Curricular development in statistical education: International Association for Statistical Education.
- Chick, N., Haynie, A. & Gurung, R. (2009). From generic to signatures pedagogies: teaching disciplinary understanding. En *Exploring signature pedagogies: Approaches to reaching disciplinary habits of mind*. R. Regan, R. Gurung, N. Chick, & A. Haynie, Eds. Sterling, VA: Stylus Publishing, LLC.
- Devore, J. (2012). *Probabilidad y Estadística para ingeniería y ciencias*, México: Cengage Learning Editores S.A. de C.V.
- Dick, W. & Carey, L. (1987). *The systematic design of instruction*, Glenview, Illinois: Scott, Foresman Company.
- Gagne, R. & Driscoll, M. P. (1988). *Essentials of learning for instruction*, Englewood Cliff, NJ: Prentice Hall.
- Gagne, R. (1985). *The conditions of learning and theory of instruction*, New York, NY: Holt Rinehart and Winston.
- Gagne, R., Briggs, L. & Wager, W. (1988). *Principles of instructional design*, New York, NY: Holt Rinehart and Winston.
- Garfield, J., delMas, R. & Chance, B. (2003). The web-based ARTIST: Assessment resource tools for improving statistical thinking. Recuperado de [https://app.gen.umn.edu/artist/articles/AERA\\_2003.pdf](https://app.gen.umn.edu/artist/articles/AERA_2003.pdf).
- Johnson, R. & P. Kuby, P. (2012). *Estadística elemental*. México: Cengage Learning Editores S.A. de C.V.
- Jonassen, D. & Howland, J (2003). *Learning to solve problems with technology*, Upper Saddle River, NJ: Pearson Education.
- Jonassen, D. & Ionas, I. (2008). Designing effective supports for causal reasoning, *Educational Technology Research and Development*, 56, 287-308.
- Jonassen, D. (2006). On the role of concepts in learning and instructional design," *Education Technology Research Development*, 54(2), 196-206.
- Lem, S., Onghena, P., Verschaffel, L. & Van Dooren, W. (2012). "On the misinterpretations of histograms and boxplots," *Educational psychology: An International Journal of Experimental Educational Psychology*, 33(2), 155-174.
- Lem, S., Onghena, P., Verschaffel, L. & Van Dooren, W. (2013). "The heuristic interpretation of box plots," *Learning and Instruction*. 26, 22-35.
- Mazur, E. (1997). *Peer instruction*, Upper Saddle River, VA: Prentice Hall.
- Schnotz, W. (2005). An integrated model of text and picture. En R. Mayer (Ed.). *The Cambridge Handbook of Multimedia Learning*, (49-69), New York, NY: Cambridge University Press.
- Smith, P. & Ragan, T. (1999). *Instructional Design*. New York, NY: John Wiley & Sons, Inc.
- Triola. M. (2013). *Estadística*. México: Pearson Educación de México S.A. de C.V.