

## REFLEXIONES SOBRE EL CONCEPTO DE PROBLEMA MATEMÁTICO

Lic. Karel Pérez Ariza<sup>1\*</sup>; MSc. Ernesto Álvarez García<sup>2</sup>; MSc. Carlos Breña Rivero<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Licenciado en Educación Primaria, Profesor Instructor. Departamento de Educación Primaria, Sede “José Martí” de la Universidad de Camagüey, Cuba.

<sup>2</sup>Máster en Ciencias de la Educación, Profesor Asistente. Departamento de Educación Primaria, Sede “José Martí” de la Universidad de Camagüey, Cuba.

<sup>3</sup>Máster en Ciencias de la Educación, Profesor Asistente. Departamento de Educación Primaria, Sede “José Martí” de la Universidad de Camagüey, Cuba.

\*Autor para la correspondencia. Email: [karel.perez@reduc.edu.cu](mailto:karel.perez@reduc.edu.cu)

Recibido: 15-9-2016 / Aceptado: 10-10-2016

### RESUMEN

El concepto de problema matemático constituye una categoría central para la didáctica de la matemática. Su definición ha sido interés de diversos autores, aunque aún es un aspecto polémico dentro del quehacer investigativo de los especialistas. En las referidas definiciones se aprecia un mayor énfasis en los rasgos estructurales externos de los problemas, lo que ha generado que las mismas tengan un marcado carácter descriptivo en detrimento de su función explicativa. La situación descrita afecta la comprensión de la esencia de dicho objeto de estudio y por tanto la dirección de su proceso de enseñanza-aprendizaje. Por lo anteriormente expuesto en el artículo se persigue el objetivo de reflexionar sobre el concepto de problema matemático. El empleo de métodos teóricos, tales como: el analítico – sintético, el inductivo – deductivo y el histórico–lógico permitieron develar las tendencias predominantes en la definición del concepto objeto de estudio y realizar una redefinición del mismo.

**Palabras clave:** problema matemático, solución de problemas, Didáctica de la Matemática

## REFLECTIONS ABOUT THE MATHEMATICAL PROBLEM CONCEPT

### ABSTRACT

The concept of mathematical problem constitutes a central category for the Didactics of the Mathematical one. To grief that the same one has been defined by diverse authors, not yet consensus among them exists. In the referred definitions each author has emphasized in particular elements, which has generated that the same ones have a noticeable descriptive character. The situation deciphers affects the understanding of the essence of this object of study and therefore the direction of its process of teaching - learning. By previously exposed in the article the objective is persecuted to reflect about the concept of mathematical problem. The use of theoretical methods, such as: analytical – the synthetic one, inductive – deductive and historical – logical one allowed to reveal the predominant tendencies in the definition of the concept study object and to make a redefinition of the same one.

**Key words:** mathematical problem, problem solving and Didactic of Mathematics

## 1. INTRODUCCIÓN

La solución de problemas es considerada el eje central de la enseñanza de la matemática (González, 1995; Fraga y Acosta, 2001; León y col., 2012). Ello implica que el concepto de problema matemático constituye un componente esencial en el aparato categorial de la didáctica de la matemática. En la actualidad no existe consenso entre los especialistas acerca de la definición del referido objeto de estudio. Además, los mismos han puesto énfasis en sus elementos estructurales externos; siendo insuficiente aún la explicación de su funcionamiento. Ello trae limitaciones en los planos teórico y práctico de la mencionada ciencia pedagógica. Por lo anteriormente expuesto en el artículo se persigue el objetivo de reflexionar acerca del concepto de problema matemático.

## 2. METODOLOGÍA

### 2.1. Definiciones del concepto de problema matemático

El concepto de problema matemático ha sido abordado en la literatura científica desde diversas aristas. Ello ha estado condicionado fundamentalmente por los dos factores siguientes:

- a) Diversidad de ciencias que han realizado contribuciones significativas a su estudio, entre las que se destacan: la Psicología y la didáctica de la Matemática.
- b) Variedad de aristas desde las que se ha enfocado su conceptualización aún dentro de una misma ciencia.

Lo anteriormente expuesto ha condicionado que en las definiciones del concepto de problema matemático se evidencien tres tendencias fundamentales: sobredimensionamiento de elementos psicológicos, énfasis en la presencia de relaciones matemáticas y la integración de los elementos psicológicos con los propiamente matemáticos. A continuación, se analizarán los rasgos principales de cada una de ellas.

#### 2.1.1. Definiciones desde el punto de vista psicológico

Entre los investigadores que han definido el concepto de problema desde el punto de vista psicológico se encuentran: González, 1956; Rubinstein, 1966; Hayes, 1981; Mayer, 1986; Labarrere, 1988; Fridman, 1995; González, 1995; Campistrous y Rizo, 1996; Albarrán, 2005; Ontoria, 2006; Jiménez, 2010; García y Colunga, 2010, quienes han hecho énfasis en la actividad cognoscitiva que el sujeto debe desplegar para su resolución y en la

disposición o motivación por llevar a cabo la misma. Por tanto, los aportes más significativos han residido en la explicación de la subjetividad como componente esencial de los mismos, manifestada en el carácter individual y por ende relativo de los problemas. A continuación, se exponen algunas definiciones que permiten ilustrar las ideas planteadas en el párrafo anterior:

#### **2.1.1.1. Definiciones que enfatizan en la actividad cognoscitiva del resolutor**

- “Un problema es (...) una dificultad, cuestión o estado de perplejidad que puede resolverse o tratar de resolverse mediante el pensamiento reflexivo.” (González, 1956)

- “Un problema tiene ese carácter, ante todo, porque nos presenta puntos desconocidos en los que es necesario poner lo que falta.” (Rubinstein, 1966)

- “Un problema es toda situación en la cual, dada determinadas condiciones (más o menos precisas), se plantea determinada exigencia (a veces más de una). Esta exigencia no puede ser cumplida o realizada directamente con la aplicación inmediata de procedimientos y conocimientos asimilados, sino que se requiere la combinación, la transformación de estos en el curso de la actividad que se denomina solución.” (Labarrere, 1988)

- “(...) un problema es alguna exigencia, requerimiento o pregunta para la cual se necesita encontrar la respuesta apoyándose en y tomando en cuenta las condiciones señaladas en el problema.” (Fridman, 1995)

“Tarea con cierto grado de complejidad que debe resolver el escolar para la cual no existe, no se conoce o es difícil aplicar un algoritmo de solución, lo que requiere busque dentro de los conocimientos que posee los que le sirven para encontrar la vía para resolverlo.” (Albarrán, 2005)

En las anteriores definiciones se aprecia la importancia que se le concede a la actividad cognoscitiva dentro de la resolución de problemas. Resulta significativo destacar que entre los autores que enfatizan en dicho aspecto se encuentran no solo psicólogos sino también matemáticos y pedagogos. Para esos autores ello constituye una cualidad que tipifica a los problemas matemáticos, aspecto que resulta esencial dentro de la Didáctica de la Matemática por su carácter práctico–social; ya que todo problema requiere de esfuerzo cognoscitivo. La limitación de los anteriores conceptos es reducir el análisis a la complejidad de las situaciones que se consideran problemas, por lo que otros autores ampliaron esta perspectiva teórica.

#### **2.1.1.2. Definiciones que destacan la actividad cognoscitiva y la motivación del resolutor**

Los autores adscriptos a esta tendencia consideran que todo problema reúne las dos condiciones siguientes: la vía de solución es desconocida por el sujeto y este desea hacer la transformación requerida (resolver el problema). Las definiciones que a continuación aparecen lo demuestran.

- “Siempre que haya una brecha entre donde uno está en este momento y donde uno quiere estar, y uno no sepa cómo encontrar el camino para cogerlo, uno tiene un problema.” (Hayes, 1981)

- “En pocas palabras, cualquier definición de problema deberá consistir en las tres ideas siguientes: 1) el problema está actualmente en cierto estado, pero 2) se desea que esté en otro estado y 3) no hay una manera obvia y directa de realizar el cambio (Mayer, 1986)

- “Psicológicamente, se dice que un problema es una situación en la que un individuo debe alcanzar una meta, pero dicho individuo tiene bloqueadas todas las metas directas hacia dicha meta y además, los recursos disponibles en lo inmediato no son adecuados como para permitirle superar el obstáculo (bloqueo) que le impide llegar a su objetivo.” (González, 1995,)

- “(...) se asume como concepto problema a toda situación en la que hay un planteamiento inicial y una exigencia que obliga a transformarlo.” (Campistrous y Rizo, 1996)

- “El concepto de problema debe ser entendido como objetivo que se quiere conseguir, lo que supone una situación en la que uno o varios sujetos se inclinan a encontrar una meta, aunque sientan incertidumbre en el modo de hacerlo.” (Ontoria, 2006)

- “Un problema es aquella exigencia para actuar cuya vía de solución es desconocida para el estudiante, este posee los saberes relativos a la exigencia o es capaz de construirlos a partir de la situación inicial, para resolverlo y está motivado para ella.” (Jiménez, 2010)

- “(...) situación contradictoria de la realidad objetiva que aparece en el objeto (contenido de la enseñanza y el aprendizaje) y es asumida por el sujeto cognoscente (estudiante) como tal el cual se motiva con arreglo a un objetivo (exigencia de la sociedad) a darle solución con el uso de métodos y procedimientos de aprendizaje que se traducen en la adquisición y desarrollo de conocimientos, habilidades, y el sistema de valores de la sociedad (como modos de actuación) en la cual se educa.” (García y Colunga, 2010)

Las definiciones anteriores aluden a la actividad cognoscitiva y a la motivación como indicadores de esencia de los problemas matemáticos. Sus autores enriquecen las anteriores conceptualizaciones al considerar la motivación como otro elemento medular en la solución de problemas, aspecto de gran importancia también dentro de la enseñanza de

la Matemática. No obstante, su limitación reside en no considerar otro rasgo que caracteriza a los problemas propiamente matemáticos, como lo es la presencia de relaciones matemáticas.

### **2.1.2. Definiciones desde el punto de vista matemático**

Paralelamente a las investigaciones que prestan mayor importancia al aspecto subjetivo de la solución de problemas, se desarrollaron otras que dedicaron especial interés al estudio del objeto en sí (problema matemático). Los citados estudios permitieron profundizar en las características de los mismos, tales como: componentes estructurales y forma de presentación (formulación). Entre dichas investigaciones se destacan las realizadas por: Geissler y col. 1975; Labarrere, 1987, 1988; Ballester y col., 1992; Puig, 1996; Guirado, 2000).

En las definiciones aportadas por los citados investigadores se hace alusión indistintamente sobre los elementos siguientes: presencia de relaciones matemáticas en las situaciones descritas, necesidad de emplear medios matemáticos en su solución y uso del lenguaje verbal para formularlos. Ejemplos de las definiciones con esas características son las siguientes:

- “(...) un problema matemático es una narración lacónica en la que el valor de algunas magnitudes está implícita y se necesita hallar otro valor de la magnitud, dependiente de los valores ya dados, con los cuales mantiene determinadas relaciones que se señalan en las condiciones.” (Labarrere, 1987)
- “Los problemas son ejercicios en los cuales se describen situaciones tomadas de la vida y en las que se presentan relaciones entre conjuntos o representantes de magnitudes.” (Geissler, 1975)
- “Por problemas con texto se comprende determinada narración, hecha en el lenguaje cotidiano o corriente donde se describe determinado fenómeno, proceso u objeto, del cual se ofrecen ciertas propiedades cuantitativas y se requiere hallar otras no directamente expuestas en el enunciado.” (Labarrere, 1988)
- “Un problema es un ejercicio que refleja, determinadas situaciones a través de elementos y relaciones del dominio de la ciencia o la práctica, en el lenguaje común y exige de medios matemáticos para su solución.” (Ballester y col., 1992)
- (...) un problema matemático es el resultado del análisis de una situación problemática que presenta una organización peculiar de las formas espaciales, magnitudes o las relaciones

cuantitativas del mundo real, que necesita para ser solucionado de vías, métodos y/o procedimientos matemáticos.” (Guirado, 2000)

Las anteriores definiciones fueron elaboradas por especialistas dedicados al estudio de la enseñanza y el aprendizaje de la solución de problemas matemáticos. Ello condicionó que enfatizaran en las características que de los problemas matemáticos se manifiestan en la práctica educativa, tales como: presencia de relaciones y medios matemáticos en su solución; así como la formulación verbal. Aunque se reconoce el valor de estos aspectos, para la elaboración de dicha definición no se puede reducir el análisis a ellos.

### **2.1.3. Definiciones que buscan la integración de los elementos**

Para la Didáctica de la Matemática es importante tener en consideración tanto, las características peculiares de los problemas matemáticos, como la actividad cognoscitiva que desplegarán los escolares en el proceso de su solución. Es por ello que otros investigadores (Puig, 1996; Vila y Callejo, 2004; González, 2005) han tenido en cuenta para elaborar sus definiciones elementos psicológicos y de la enseñanza de la Matemática; logrando así un mayor equilibrio de estas posturas en sus conceptualizaciones. Véanse los siguientes ejemplos:

- “Un problema escolar de matemática es una tarea de contenido matemático, cuyo enunciado es significativo para el alumno al que se ha planteado, que este desea abordar y para lo cual no ha producido sentido.” (Puig, 1996)

- “(...) situación planteada con finalidad educativa, que propone una cuestión matemática cuyo método de solución no es inmediatamente accesible al alumno – resolutor o grupo de alumnos que intenta resolverlo, porque no dispone de un algoritmo que relacione los datos y la incógnita o de un proceso que identifique automáticamente los datos con la conclusión, y por lo tanto deberá buscar, investigar, establecer relaciones, implicar sus afectos, etc. para afrontar una actuación nueva.” (Vila y Callejo, 2004)

- “Un problema matemático con texto puede considerarse como una exposición en el lenguaje cotidiano, de determinado hecho, proceso u objeto, del cual nos dan directamente ciertas características (magnitudes, valores, etc.) y se nos pide (exige) hallar otras, que no son directamente ofrecidas en el enunciado.”

a) La vía de solución debe ser desconocida para provocar el proceso de búsqueda que desarrolla el pensamiento.

b) La persona debe querer resolver el problema (motivación). (González, 2005)

Este último investigador elabora una nueva definición al asumir elementos aportados por Labarrere en cuanto a las características objetivas de los problemas matemáticos que serán objetos de enseñanza; así como las condiciones señaladas por Campistrous y Rizo en relación a la actividad cognoscitiva que debe desplegar el escolar – resolutor; así como a la motivación de los sujetos por la actividad.

Las anteriores definiciones poseen un carácter integrador, ya que en las mismas se tienen en cuenta los rasgos que caracterizan a los problemas matemáticos desde el punto de vista psicológico (actividad cognoscitiva y motivación) y matemático (presencia de relaciones y medios matemáticos para su solución). También se tienen en cuenta el carácter verbal de sus formulaciones. No obstante, se limitan a caracterizar los problemas matemáticos, por lo que no logran explicar las causas de su origen, funcionamiento y desarrollo; función esencial de cualquier definición teórica.

## **2.2. *Hacia una nueva definición de los problemas matemáticos***

Las diversas definiciones consultadas del concepto de problema matemático hacen referencia indistintamente a los elementos siguientes:

- Subjetividad:
  - a) Desconocimiento de la vía de solución por el resolutor (González, 1956; Rubinstein, 1966; Labarrere, 1988; Fridman, 1995; González, 1995; Albarrán, 2005).
  - b) El resolutor desconoce la vía de solución y está motivado por hallarla (Hayes, 1981; Mayer, 1986; González, 1995; Campistrous y Rizo, 1996; Fraga y Acosta, 2001; Ontoria, 2006; Jiménez, 2010; García y Colunga, 2010).
- Presencia de relaciones matemáticas: en la solución se requiere del empleo de medios matemáticos (Geissler y col., 1975; Labarrere, 1987, 1988; Ballester y col., 1992; Guirado, 2000).
- Existencia como texto: uso del lenguaje verbal para formularlos (Rubinstein, 1966; Labarrere, 1987, 1988; Puig, 1996).

Al analizar las definiciones del concepto de problema anteriormente expuestas, los autores del artículo señalan como limitaciones de las mismas lo siguiente:

- a) No existe consenso en las definiciones en cuanto a las características esenciales del concepto.

b) Enfatizan más en la caracterización del objeto que en la explicación de su funcionamiento, por lo que no tienen en cuenta todos los criterios de esencia necesarios para definir teóricamente un concepto.

Teniendo en cuenta lo anteriormente planteado, se sostiene el criterio que existen limitaciones en la teoría existente sobre el concepto de problema matemático. Es por ello que se requiere de un acercamiento teórico mayor a la esencia de tal concepto. Para lograr un mayor grado de elaboración teórica del concepto en cuestión se hace necesaria la sistematización de las contribuciones teóricas existentes en relación a su conceptualización. Para ello se considera primordial la solución de las situaciones siguientes:

a) Determinación precisa de las propiedades esenciales del concepto de problema matemático.

b) Explicar la dinámica del objeto de estudio en cuestión (concepto de problema matemático), prestando más importancia a los criterios de esencia que permiten lograr una explicación de su funcionamiento, siendo los siguientes: causa del desarrollo, leyes que lo rigen y tendencias de su desarrollo (Rodríguez y Bermúdez, 2005).

El psicólogo Rubinstein, reconoce que: “Por su propia esencia, el problema es siempre una formulación verbal y constituye un testimonio vivo de la unidad formada por el pensamiento y el lenguaje.” (1966, p. 112). Ello significa que desde una concepción dialéctico – materialista, todo problema surge de la necesidad de formular verbalmente una situación problémica identificada, lo que está condicionado por la imposibilidad de pensar sin mediación del lenguaje (Rubinstein, 1966; Luria, 1980; Petrovski, 1980; Vigotski, 1982; Azcoaga, 2003).

Por eso el problema matemático como manifestación externa de la realidad constituye un texto que surge de un estado psíquico denominado situación problémica; manifestándose de esa forma la dinámica de lo interno y lo externo en el desarrollo de la personalidad. Esto a su vez determina el surgimiento del problema como formulación verbal y por ende su expresión (materialización) como texto. A ello no escapa el problema matemático, pues aunque puede formularse en diversos códigos, siempre su origen es verbal.

Las anteriores ideas condicionan la necesidad de redefinir el concepto de problema matemático, prestando mayor importancia a la implicación del pensamiento y el lenguaje en el surgimiento (existencia) de los problemas. Por tanto se define como problema matemático al *enunciado que describe una situación desconocida y de interés para el*

*resolutor que contiene relaciones cuantitativas, el cual surge de la necesidad de expresar verbalmente las situaciones problémicas debido a la imposibilidad de solucionarlas prescindiendo del lenguaje.*

Desde esta perspectiva se logra un mayor acercamiento teórico al concepto en cuestión porque permite explicar su funcionamiento y no únicamente caracterizarlo; aspecto este último más señalado en los estudios precedentes. El producto de esa actividad resulta entonces una importante contribución teórica a la Didáctica de la Matemática.

### 3. CONCLUSIONES

En las definiciones del concepto de problema matemático se evidencian como tendencias: el sobredimensionamiento de elementos psicológicos (intensidad de la actividad cognoscitiva y motivación), énfasis en rasgos externos (presencia de relaciones matemáticas, empleo de medios matemáticos para su solución y uso del lenguaje verbal en su formulación) y búsqueda de integración entre los elementos psicológicos y externos.

Las definiciones del concepto de problema matemático poseen un carácter predominantemente descriptivo, pues enfatizan en los rasgos que caracterizan a los problemas matemáticos, por lo que se aprecia limitaciones en la función explicativa de dicha conceptualización.

El concepto de problema matemático constituye una categoría esencial de la Didáctica de la Matemática, por lo que las limitaciones en su definición, trae consigo vacíos desde el punto de vista teórico.

### 4. REFERENCIAS

- Albarrán, J. (2005). Las formas de trabajo heurístico en el proceso de enseñanza – aprendizaje de la matemática escolar. En Albarrán, J., Suárez, C., González, D., Bernabeu, M., Villegas, E., Rodríguez, E., Ledesma, D. (coords.), *Didáctica de la Matemática en la Escuela Primaria* (pp. 1 – 56). La Habana: Pueblo y Educación, p. 28.
- Azcoaga, J. (2003). *Del lenguaje al pensamiento verbal*. La Habana: Pueblo y Educación.
- Ballester, S., Santana, H., Hernández, S., Arango, C., García, M. Gómez A. (1992). *Metodología de la enseñanza de la Matemática*, t. I. La Habana: Pueblo y Educación, p. 407.
- Campistrous, L. y Rizo, C. (1996). *Aprende a resolver problemas aritméticos*. La Habana: Pueblo y Educación, p. IX.
- Fraga, D. y Acosta, M. (2001). La enseñanza de la Matemática por problemas. En: Torres, P., Fraga, D., Acosta, M., Fernández, J., García, L., Benito, J. (coords.), *Tendencias iberoamericanas en la educación matemática* (pp. 67-79). México: Universidad Autónoma de Sinaloa.

- Fridman, L. (1995). Metodología para resolver problemas de Matemáticas. México: Grupo Editorial Iberoamérica, p. 13.
- García, J. y Colunga, S. (2010). La resolución de problemas matemáticos: reflexión para su tratamiento. (CD – ROM) EN MEMORIAS V CONGRESO INTERNACIONAL DIDÁCTICAS DE LAS CIENCIAS. La Habana, pp. 1 – 2.
- Geissler, E., Sieber, J., Starke, H., Wolf, A. (1975). Metodología de la enseñanza de la Matemática de 1ro. a 4to. grado. Tercera Parte. La Habana: Pueblo y Educación, p. 58.
- González, D. (1956). Didáctica o dirección del aprendizaje. Quinta Edición. La Habana: Cultural S. A., p. 307.
- González, D. (2005). Una propuesta didáctica para los maestros primarios sobre la formulación de problemas matemáticos. En Albarrán, J., Suárez, C., González, D., Bernabeu, M., Villegas, E., Rodríguez, E., Ledesma, D. (coords.), Didáctica de la Matemática en la Escuela Primaria (pp. 97 – 144). La Habana: Pueblo y Educación, pp. 102 – 103.
- González, F. (1995). El Corazón de la Matemática, Venezuela. ISBN 980 – 327 – 200 – 4, p. 22.
- Guirado, V. (2000). Desarrollo del aprendizaje significativo para la solución de problemas matemáticos en los escolares con retardo mental. Tesis de Maestría, CELAEE, La Habana, p. 36.
- Hayes, J.R. (1981). The complete problem solver. Philadelphia, PA: Franklin Institute Press, p. I.
- Jiménez, M. (2010). Una concepción en el aprendizaje desarrollador de la Matemática. En: Sifredo, C. y Pupo, N. (coords.), Didácticas de las Ciencias. Nuevas perspectivas. La Habana: Educación Cubana, p. 185.
- Labarrere, A. (1987). Bases psicopedagógicas de la enseñanza de la solución de problemas matemáticos en la escuela primaria. La Habana: Pueblo y Educación, p. 8.
- Labarrere, A. (1988). ¿Cómo enseñar a los alumnos de primaria a resolver problemas? La Habana: Pueblo y Educación, pp. 1 – 2.
- León, T., Barcia, R., Albarrán, J., Martínez, Y., Parets, A., Bermúdez, J. (2012). Sugerencias de trabajo metodológico para el fortalecimiento de la Matemática en la Educación Primaria. La Habana: Pueblo y Educación.
- Luria, A. (1980). Lenguaje y pensamiento. Barcelona: Fontanella.
- Mayer, R.E. (1986). Pensamiento, resolución de problemas y cognición. Barcelona: Paidós, p. 5.
- Ontoria, A (2006). Aprendizaje centrado en el alumno. España: Narcea, p. 173.
- Petrovski, A. (1980). Psicología general. Moscú: Progreso.
- Puig, L. (1996). Elementos de resolución de problemas. Granada: Comares, p. 28.
- Rodríguez, M. y Bermúdez, R. (2005). Las leyes del aprendizaje. La Habana: Pueblo y Educación.
- Rubinstein, S. (1966). El proceso del pensamiento. La Habana: Universitaria, p. 24 y p. 112.
- Vigotski, L. (1982). Pensamiento y lenguaje. La Habana: Pueblo y Educación.
- Vila, A. y Callejo, M. (2004). Matemáticas para aprender a pensar. El papel de las creencias en la resolución de problemas. Madrid: Narcea S.A., p. 31 – 32