



# REVISTA BASES DE LA CIENCIA

Revista Científica - Instituto de Ciencias Básicas



Edición Continua

Mayo - Agosto 2020

ISSN 2588-0764

Vol. 5 Num. 2

REDIB  
Red Iberoamericana  
de Investigadores Científicos

DOAJ  
DIRECTORY OF  
OPEN ACCESS  
JOURNALS

MIAR  
Meso de Información para el  
Análisis de Revistas

Actualidad Iberoamericana  
Índice Internacional de Revistas

OpenAIRE

OAJ  
Open Academic  
Journals Index

PUBLICADO: 2020-08-31

latindex



## Índice

### CIENCIAS QUÍMICAS

**Influencia de las BPM sobre la calidad microbiológica del queso amasado en las pymes de la provincia del Carchi, Ecuador** 1

Wilman Jenny Yambay Vallejo, Miguel Ángel Anchundia, Carlos Paredes, Marcelo Benavides

**La bentonita como agente clarificante de un efluente industrial alimentario: su comparación con coagulantes químicos tradicionales** 11

Gilberto Jesús Colina Andrade, Sedolfo Carrasquero, Amelia Segovia, Gabriela Zambrano, Altamira Díaz

**Determinación de caudales ecológicos en el río Cutuchi, Ecuador** 33

Mercy Ilbay Yupa, Paola Albarrasín, Víctor M García

### CIENCIAS MATEMÁTICAS

**New construction of algebras as quotients** 53

José Ramón Játem Lásser

**Aplicación del método de resumación de Borel en la ecuación diferencial de Euler** 59

Oswaldo José Larreal Barreto

**Guía de autores**

**Créditos**



## INFLUENCIA DE LAS BPM SOBRE LA CALIDAD MICROBIOLÓGICA DEL QUESO AMASADO EN LAS PYMES DE LA PROVINCIA DEL CARCHI, ECUADOR

Jenny Yambay\*, Miguel Ángel Anchundia, Carlos Paredes, Marcelo Benavides

Carrera de Ingeniería en Alimentos, Facultad de Industrias Agropecuarias y Ciencias Ambientales, Universidad Politécnica Estatal del Carchi (UPEC). Tulcán, Ecuador.

\*Autor para la correspondencia: [wilman.yambay@upec.edu.ec](mailto:wilman.yambay@upec.edu.ec)

Recibido: 29-06-2019 / Aceptado: 13-09-2019 / Publicación: 31-8-2020

Editor Académico: Stalin Santacruz

### RESUMEN

Con la finalidad de determinar la influencia de las buenas prácticas de manufactura (BPM) sobre la calidad microbiológica de los quesos amasados producidos por nueve fábricas de la Provincia del Carchi, se analizaron mohos, levaduras, *Escherichia coli*, *Salmonella spp.* *Listeria monocytogenes*, según la metodología oficial. Los datos obtenidos se analizaron mediante la aplicación de estadística descriptiva, comparando los resultados con valores de referencia para algunas de las determinaciones, los establecidos en la Norma NTE INEN 1528:2012. En lo que respecta a *Escherichia coli* la planta de procesamiento PP1 y PP3 tuvieron conteo de  $1,0 \times 10^1$  y  $4,0 \times 10^1$  UFC/g respectivamente, incumpliendo con la normativa nacional vigente. Con referencia a *Salmonella spp.* y *Listeria monocytogenes* estuvieron ausentes en todas las muestras estudiadas; ya que los indicadores de calidad mohos, se encontró menor a 10, mientras que para levaduras la PP1 y PP3 fueron menores a 10. Las otras plantas de procesamiento tuvieron un conteo de  $1,0 \times 10^2$  y  $4,6 \times 10^2$  UFC/g correspondiendo el valor más alto al establecimiento de procesamiento identificado como PP4. También se evidenció que el 55,6% de las empresas no realiza control de calidad de la materia prima y el 11,1% de plantas no pasteuriza la leche. Las diferencias encontradas sugieren la no aplicación de buenas prácticas de manufactura en los procesos productivos y la carencia de personal profesional en el 89,9% de las plantas procesadoras, lo cual conlleva al no cumplimiento de las normativas legales referente a los quesos frescos (Normas INEN 1528 y 3067).

**Palabras clave:** Calidad microbiológica, Buenas Prácticas de Manufactura, quesos frescos, normativas legales.

## BPM INFLUENCE ON THE MICROBIOLOGICAL QUALITY OF THE AMASADO CHEESE IN THE PYMES OF THE PROVINCE OF CARCHI, ECUADOR

### ABSTRACT

In order to determine the influence of the GMP on the microbiological quality of the kneading cheeses produced by nine factories of the Province of Carchi, molds, yeasts, *Escherichia coli*, *Salmonella spp.* *Listeria monocytogenes* were determined by according to the official methodology. The data obtained were analyzed through the descriptive statistics, comparing the results with reference values for some of the determinations, those established in the INEN 1528 Standard,



(2012). With respect to *Escherichia coli*, the processing plant PP1 and PP3 had a count of  $1.0 \times 10^1$  and  $4.0 \times 10^1$  CFU/g, respectively, not complying with current national regulations. With reference to *Salmonella spp* and *Listeria monocytogenes* were absent in all samples studied, for mold quality indicators, were found in a count less than 10, while for yeast PP1 and PP3 had a count less than 10, the other processing plants had a count of  $1.0 \times 10^2$  and  $4.6 \times 10^2$  CFU/g corresponding the highest value to the processing establishment identified as PP4, it was also shown that 55.6% of the companies do not perform quality control of the raw material and 11.1% of plants do not pasteurize milk. The differences obtained suggest the non-application of Good Manufacturing Practices in the productive processes and the lack of professional staff in 89.9% of the processing plants, which leads to non-compliance with the legal regulations regarding fresh cheeses (Standards INEN 1528 and 3067).

**Keywords:** Microbiological quality, Good Manufacturing Practices, fresh cheeses, legal regulations.

## INFLUÊNCIA DAS BPM NA QUALIDADE MICROBIOLÓGICA DO QUEIJO ‘AMASADO’ EM PYMES DO NORTE NA PROVÍNCIA DE CARCHI, EQUADOR

### RESUMO

Para determinar a influência da BPM na qualidade microbiológica do queijo amassado produzido por nove fábricas na província de Carchi, foram analisados bolores, leveduras, *Escherichia coli*, *Salmonella spp*, *Listeria monocytogenes*, de acordo com a metodologia oficial. Os dados foram analisados por meio da aplicação de estatísticas descritivas, comparando os resultados com os valores de referência para algumas das determinações, a prescrita na norma INEN 1528 (2012). Em relação à *Escherichia coli* as plantas de processamento PP1 e PP3 tiveram contagem de  $1,0 \times 10^1$  e  $4 \times 10^1$  UFC/g, respectivamente, estando em desconformidade com as normas nacionais em vigência. No que se refere à *Listeria monocytogenes* e à *Salmonella spp* estavam ausentes em todas as amostras testadas; já para os indicadores de qualidade bolor foram encontrados em uma contagem de  $<10$ , ao passo que para a levedura a PP1 e a PP3 tiveram uma contagem de  $<10$ . As outras plantas de processamento tiveram contagem  $1 \times 10^2$  e  $4,6 \times 10^2$  UFC/g, correspondendo o valor mais alto ao estabelecimento de processamento identificado como PP4. Também se evidenciou que 55,6% das empresas não realizam o controle de qualidade de matérias-primas e 11,1% das fábricas não pasteurizam o leite. As diferenças sugerem a não aplicação de Boas Práticas de Fabricação em processos de produção e a falta de pessoal profissional em 89,9% das plantas de processamento, o que leva à não-conformidade com os regulamentos legais relacionados aos queijos frescos (Normas INEN 1528 e 3067).

**Palavras chave:** Qualidade Microbiológica, Boas Práticas de Fabricação, queijos frescos, regulamentações legais.

---

Citación sugerida: Yambay, J., Anchundia, M., Paredes, C., Benavides, M. (2020). Influencia de las BPM sobre la calidad microbiológica del queso amasado en las pymes de la provincia del Carchi, Ecuador. Revista Bases de la Ciencia, 5(2), 1-10. DOI: [https://doi.org/10.33936/rev\\_bas\\_de\\_la\\_ciencia.v5i2.1862](https://doi.org/10.33936/rev_bas_de_la_ciencia.v5i2.1862) Recuperado de: <https://revistas.utm.edu.ec/index.php/Basedelaciencia/article/view/1862>

---

Orcid IDs:

MSc. Jenny Yambay: <https://orcid.org/0000-0002-9405-0708>

MSc. Miguel Ángel Anchundia: <https://orcid.org/0000-0003-3445-7757>

MSc. Carlos Paredes: <https://orcid.org/0000-0003-0667-0294>

MSc. Marcelo Benavides: <https://orcid.org/0000-0001-8690-4200>

Dr. Stalin Santacruz: <https://orcid.org/0000-0003-0801-9876>

## 1. INTRODUCCIÓN

La producción de quesos frescos de manera artesanal ha constituido una de las principales fuentes de ingreso en el sector cooperativo y campesino de algunos países de Latinoamérica (Martínez, Villoch, Ribot y Ponce, 2013). Ecuador no escapa de esta tendencia ya que el 35% de la leche producida es dedicada a la producción artesanal de quesos. Por esta razón estos productos son una de las bases de la alimentación de la población ecuatoriana (Arguello et al., 2015).

En la provincia del Carchi uno de los quesos frescos más consumidos por la población es el queso amasado, donde la calidad microbiológica es fundamental ya que influye en su conservación y vida útil y sobre todo en la inocuidad del producto (Jalilzadeh, Tunçtürk y Hesari, 2015).

Desde su aparición en la historia, aproximadamente en el año 3000 A.C, por hechos probablemente fortuitos por acidificación de la leche, la elaboración del queso ha pasado de ser un arte empírico al desarrollo de una tecnología industrial con fuertes bases científicas (Ramírez y Vélez, 2012). A nivel industrial con la estandarización de las materias primas, control microbiológico, estandarización de procesos y la aplicación de buenas prácticas de manufactura se ha logrado obtener productos de calidad e inocuos que son adquiridos por consumidores exigentes.

Sin embargo, a nivel artesanal, se ha reportado de manera frecuente altas cargas de microorganismos tales como aerobios mesófilos, mohos y levaduras, que como indicadores de calidad evidencian la contaminación del producto. De igual forma, microorganismos patógenos que incluyen a *Staphylococcus aureus*, *Salmonella spp*, *E. Coli* O157:H7 y *Listeria monocytogenes* (Kunadu, Holmes, Miller y Grant, 2018). Estos últimos, son de gran interés debido a que pueden causar enfermedades transmitidas por alimentos (ETAS), algunas de las cuales pueden causar hasta la muerte de los seres humanos.

La presencia de microorganismos patógenos en el queso ha sido asociada a la deficiente calidad de la leche debido a los malos hábitos en el ordeño, el mal manejo de la leche y a las condiciones inadecuadas de almacenamiento y transporte, el desconocimiento de las normativas vigentes, falta de capacitación, infraestructura e instalaciones de procesamiento deficientes, equipamiento inadecuados, control de la materia prima, insumos, controles de procesos, manejo de registros, implementación de sistemas de aseguramiento de la inocuidad, contaminación postproceso, utilización de leche cruda, entre otros requerimientos establecidos en las buenas prácticas de manufactura (BMP) (Guzmán, et al., 2016).

En la provincial del Carchi, República del Ecuador, son pocos los estudios realizados acerca de la calidad microbiológica de los quesos frescos elaborados de manera artesanal, dado el nivel de consumo

de estos productos alimenticios, la importancia desde el punto de vida útil y el impacto sobre la salud de los consumidores que pueden tener los microorganismos patógenos vehiculizados por los quesos frescos, es importante el estudio de estos microorganismos en estos alimentos.

El conteo de microorganismo de calidad y la determinación de patógenos pueden tener relación con la aplicación de BPM aplicadas en toda la cadena de producción y comercialización del queso amasado, dentro de estas se pueden encontrar la carencia de buenas prácticas higiénicas, la falta de personal profesional, entre otros está relacionadas con la carga microbiana (Vrdoljak, Dobranić, Filipović y Zdolec, 2016).

El objetivo de la investigación es determinar cómo el cumplimiento de las BPM en las PYMES del norte de la provincia del Carchi, Ecuador influye sobre el conteo microbiológico de *Escherichia coli*, *Salmonella spp.* *Listeria monocytogenes*, mohos y levaduras del queso amasado, ya que esta constituye una actividad económica muy relevante en el norte del país.

## 2. MATERIALES Y MÉTODOS

### Muestreo

El muestreo fue realizado al 100% de las plantas procesadoras de queso amasado ubicadas al norte de la provincia del Carchi lo cual correspondieron a 9 plantas distribuidas de la siguiente manera, 4 plantas ubicadas en el Cantón San Pedro de Huaca y 5 en el Cantón Tulcán, Provincia del Carchi, Ecuador. Las muestras fueron recolectadas al final de proceso productivo de manera aleatoria, tomando muestras por triplicado de cada planta con un peso entre 250 y 500 g. Las muestras fueron identificadas, empacadas en fundas de polietileno bajo condiciones asépticas y trasladadas refrigeradas en coolers hasta el laboratorio de microbiología de alimentos de la Universidad Politécnica Estatal del Carchi para su análisis inmediato. La codificación de las mismas se realizó de acuerdo al origen de la planta de procesamiento de lácteos en PP1, PP2, PP3, hasta PP9.

### Caracterización Microbiológica

El tratamiento de las muestras fue realizado según la Norma NTE INEN 1529.2 (1999). Los análisis microbiológicos se realizaron siguiendo los métodos descritos en las normativas oficiales, recuento de mohos y levaduras (Capítulo 18. Manual BAM, 2018), *Escherichia coli* (Método No 991.14. AOAC, 2005), *Salmonella spp* (Capítulo 5. Manual BAM, 2018), *Listeria monocytogenes* (Método No 997.03. AOAC, 2005). Se tomaron como valores de referencia para algunas de las determinaciones, los establecidos en la Norma NTE INEN 1528:2012.

## Análisis Estadístico

Se realizó una encuesta estructurada, a las nueve microempresas productoras de queso amasado del norte de la provincia del Carchi, las preguntas estuvieron enfocadas en el control de calidad de materia prima y producto terminado, además de las buenas prácticas de manufactura, a continuación, el detalle:

1. ¿Indique si ustedes realizan el análisis físico químico de la leche antes de procesarla?

Sí  No

2. ¿Pasteuriza la leche para elaborar los quesos?

Sí  No

3. ¿El almacenamiento de la materia prima se encuentra separada de los productos procesados?

Sí  No

4. ¿Ha realizado el análisis microbiológico del producto terminado?

Sí  No

5. ¿La empresa cuenta con personal técnico?

Sí  No

6. ¿El personal ha recibido capacitación sobre BPM en los dos últimos años?

Sí  No

7. ¿La empresa cuenta con registro de control de plagas?

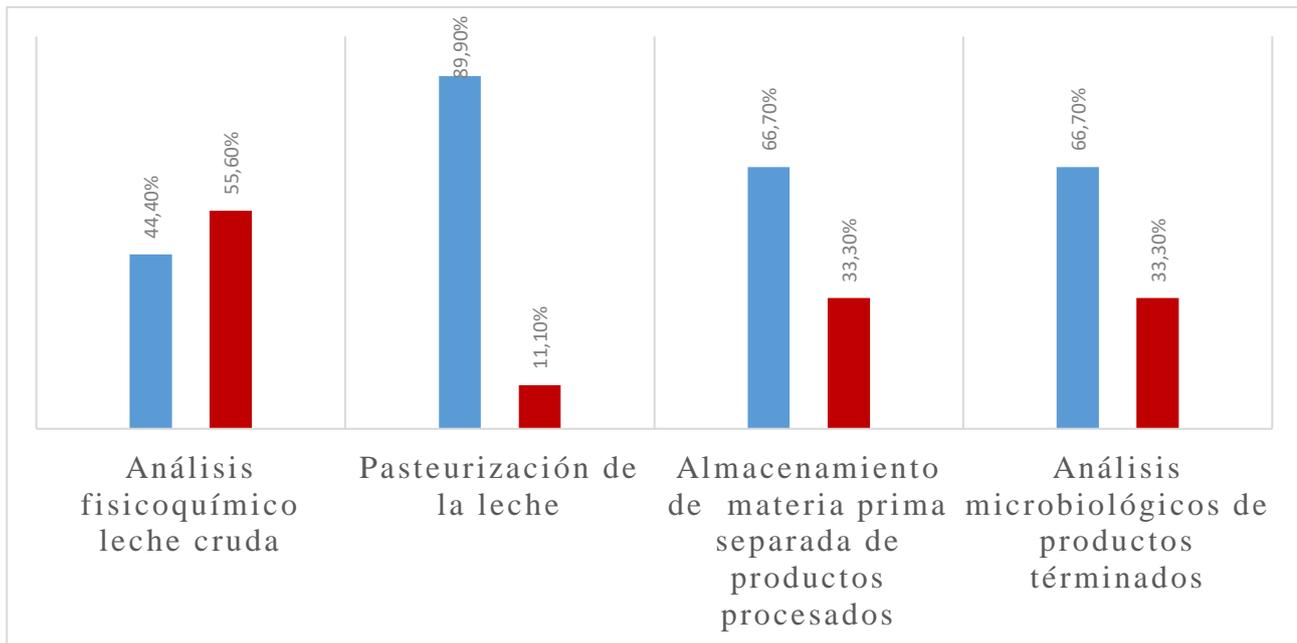
Sí  No

Los datos obtenidos fueron procesados mediante estadística descriptiva, que permitió un análisis porcentual de cumplimiento frente a la normativa legal vigente (Box, Hunter y Hunter, 2008).

## 3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

La relación entre los parámetros de control de la materia prima y producto terminado se detallan en la **Figura 1**, se evidencia que el control fisicoquímico de la materia prima solamente es realizado por un 44,4% de las empresas. Siendo este proceso determinante en la calidad fisicoquímica y microbiológica de los quesos, también se observó que 11,1% de plantas no realizan el proceso de pasteurización de la

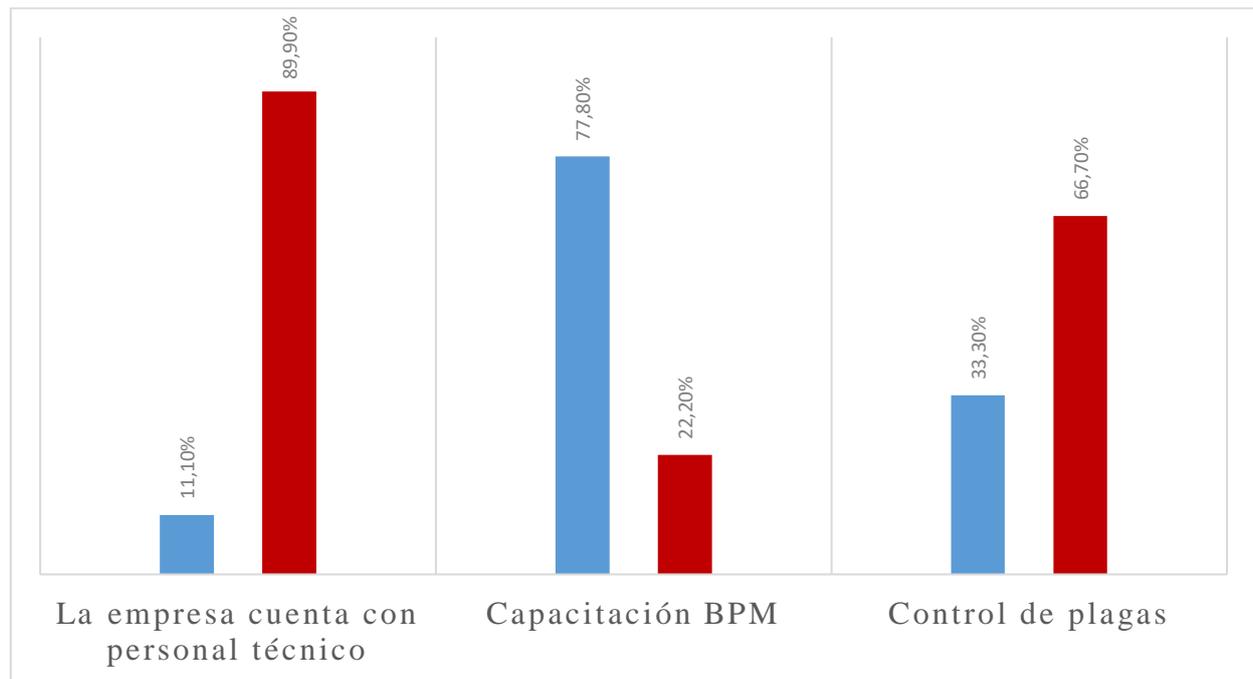
leche para la elaboración de queso y que un 33,3% de las plantas tiene falencias en el almacenamiento de la materia prima y producto terminado que podrían provocar contaminación cruzada.



**Figura 1.** Parámetros de control en la materia prima y producto terminado ■ cumple ■ no cumple

El proceso de pasteurización de la leche es considerado un punto crítico de control, el tiempo y la temperatura son parámetros que pueden ser verificados mediante los registros diarios de control de calidad; en el caso de las empresas artesanales no existe un sistema de gestión documental que garantice que la pasteurización se ejecute de manera adecuada e incluso en el 11,1% de plantas no se realizan este tratamiento térmico. En la elaboración de queso, mediante la pasteurización de la leche se destruyen los microorganismos patógenos que pudieran estar presentes (*Salmonella spp.*, *Escherichia coli*, *Staphylococcus aureus* y *Listeria monocytogenes*) y que son de importancias desde el punto de vista de salud pública además de ampliar la vida útil de los productos elaborados, las temperaturas de pasteurización establecidas como alternativas a nivel de las queseras artesanales es someter a la leche a temperatura de 63°C durante un tiempo de 30 minutos o en otros casos a 65 °C por un tiempo de 24 minutos, ya que ambos tratamientos térmicos son efectivos (Chávez, Meléndez y Rivera, 2015).

Los resultados de los parámetros de control de BPM. se muestran en la **Figura 2**. En relación al personal técnico con el que cuentan las empresas solo un 11,1% cumple con este requerimiento para dirigir el proceso de elaboración del queso, lo cual conlleva a un manejo inadecuado de materias primas, proceso y producto terminado, aumentando el riesgo de contaminación microbiana, como se evidencia el incumplimiento de la normativa en la PP1 y PP3 respecto a *Escherichia coli*.



**Figura 2.** Parámetros de control de BPM, ■ cumple, ■ no cumple

De acuerdo con la resolución ARCSA-DE-067-2015-GGG en su capítulo II de las BPM indica que todas las empresas que produzcan alimentos deberán obtener el certificado de BPM, sistema que consiste en el manejo adecuado de los productos alimenticios garantizando la inocuidad de los mismos.

Aspectos deficientes en las buenas prácticas de manufacturas tales como, infraestructura inadecuadas (no conformidades en aspectos relacionados con agua y alcantarillado), condiciones higiénicas sanitarias inapropiadas, el empleo de utensilios que no cumplen con los estándares requeridos para el procesamiento de alimentos, la carencia de pediluvios o zonas de contención microbiológica que impidan el acceso de microorganismos adheridos a la vestimenta o calzado de los operarios, son condiciones que incrementan las aparición de toxiinfecciones alimentarias en el target para el cual va dirigido el producto. Dichas deficiencias conllevaron a que los niveles de *Staphylococcus aureus*, Coliformes totales, *Enterobacterias* y *Listeria spp* superaran los valores de referencia establecidos en la legislación nacional de tal forma que la inocuidad del producto no es asegurada bajo las condiciones mencionadas (Arguello et al., 2015).

En la **Tabla 1**, se muestran los resultados de la caracterización microbiológica de las nueve plantas en estudio. Al comparar los resultados, se observa que para los indicadores de calidad mohos, se encontraron en un conteo  $<10$ , mientras que para levaduras la PP1 y PP3 tuvieron un conteo  $<10$ , las otras plantas de procesamiento tuvieron conteo de  $1 \times 10^2$  y  $4,6 \times 10^2$  UFC/g correspondiendo el valor más alto al establecimiento de procesamiento identificado como PP4. La Norma INEN 1528 (2012) no establece valores para mohos y levaduras, sin embargo, se ha reportado menores valores para estos

indicadores por Escatassa *et al.*, (2018); Cuevas *et al.*, (2017); Vrdoljak, *et al.*, (2016). Con respecto a estos indicadores Barreto *et al.*, (2017) señala que los mohos y levaduras pueden deteriorar la calidad de los quesos frescos. También son indicadores de la calidad de la materia prima utilizada en la fabricación de quesos, condiciones adecuadas de procesamiento y de condiciones de tratamiento por parte de los manipuladores de alimentos.

**Tabla 1.** Análisis microbiológico de los quesos amasados de las PYMES elaborados al norte de la Provincia del Carchi.

Código de la Planta de Procesamiento	Mohos* UFC/g	Levaduras* UFC/g	<i>Escherichia coli</i> UFC/g	<i>Salmonella</i> <i>spp.</i>	<i>Listeria</i> <i>monocytogenes</i>
PP1	<10	<10	1,0 x10 <sup>1</sup>	Ausencia	Ausencia
PP2	<10	1,0 x10 <sup>1</sup>	<10	Ausencia	Ausencia
PP3	<10	<10	4,0 x10 <sup>1</sup>	Ausencia	Ausencia
PP4	<10	4,6x10 <sup>2</sup>	<10	Ausencia	Ausencia
PP5	<10	1,7x10 <sup>2</sup>	<10	Ausencia	Ausencia
PP6	<10	2,0x10 <sup>2</sup>	<10	Ausencia	Ausencia
PP7	<10	1,8x10 <sup>2</sup>	<10	Ausencia	Ausencia
PP8	<10	1,0x10 <sup>2</sup>	<10	Ausencia	Ausencia
PP9	<10	2,9x10 <sup>2</sup>	<10	Ausencia	Ausencia

Las codificaciones de PP1, PP2... PP9 corresponden a las nueve plantas de procesamiento de queso amasado muestreadas. Ausencia: no detectado en 25 gramos de muestra. \* La Norma NTE INEN 1528:2012, no establece rangos para estos indicadores de calidad.

En lo que respecta a *Escherichia coli* las plantas de procesamiento PP1 y PP3 tuvieron conteo de 1,0x10<sup>1</sup> y 4,0x10<sup>1</sup> UFC/g respectivamente. Las otras plantas de procesamiento tuvieron valores de conteo por debajo de 10 UFC/g. La Norma NTE INEN 1528:2012, establece valores máximos para estos indicadores de 10 UFC/g por lo cual PP1 y PP3 no cumplen con este parámetro indicado en la Norma. Los valores encontrados son mayores a los reportados por Cuevas *et al.*, (2017) y Escatassa *et al.*, (2018) y menor que los reportados por Barreto *et al.*, (2017). Con referencia a este indicador de inocuidad, este último autor indica que los productos que exceden los límites establecidos por la normativa no son aptos para su comercialización debido a la contaminación fecal ocurrida en el proceso productivo y por ende a la carencia de adecuadas prácticas higiénicas. En este aspecto, también se señala que valores de 10<sup>1</sup> UFC/g no deben ser subestimadas o ignoradas ya que la presencia de estos microorganismos puede advertir la presencia de cepas patógenas tales como *E. coli* O157:H7, las cuales son capaces de sobrevivir en condiciones ácidas tales como las presentadas en los procesos de elaboración del queso y por ende estos alimentos son un riesgo para la salud (Cuevas *et al.*, 2017 y Escatassa *et al.*, 2018).

Con referencia a *Salmonella spp* y *Listeria monocytogenes* estuvieron ausente en todas las muestras estudiadas, se sostiene que la ausencia de los dos microorganismos patógenos puede deberse a la aplicación de tratamientos térmicos aplicados a la leche para la elaboración del queso tal como se

corroborar en el **Figura 1**, en la cual se indica que el 89,9% realiza el proceso de pasteurización (Cuevas *et al.*, 2017). La ausencia de *L. monocytogenes* puede estar relacionada con la aplicación de buenas prácticas higiénicas y la verificación del cumplimiento de programas de saneamiento (Vrdolja *et al.*, 2016).

#### 4. CONCLUSIONES

La calidad de los quesos provenientes de las nueve plantas de procesamiento se ve influenciada en términos de vida útil por el conteo de levaduras presentes en todas las muestras; además, la presencia de *E. coli* en PP1 y PP3 hacen que los quesos elaborados en estas PYMES no sean aptos para su comercialización y consumo.

Las muestras de las nueve plantas presentaron ausencia de *Salmonella spp* y *L. monocytogenes* indicativo de la aplicación de tratamientos térmicos a la leche con la cual se elabora el queso amasado, aunque ninguna de las plantas posee registros en los cuales se pueda realizar una trazabilidad de temperatura y tiempo del tratamiento térmico.

El conteo microbiológico encontrado en 2 de nueve plantas procesadoras, evidencian la relación entre las BMP y la calidad microbiológica de los quesos, además se ha podido establecer que el 89,90% de ellas no cuentan con personal técnico, que pudiera controlar la aplicación de las pocas capacitaciones recibidas en temas de BPM, un adecuado almacenamiento de materia prima y producto terminado y un control de plagas que minimice el riesgo de contaminación cruzada de los productos elaborados.

#### 5. REFERENCIAS

- AOAC (2005). Official Method Analysis of the Association of Official Analytical Chemistry. Washington, DC, USA.
- Arguello, P., Lucero, O., Castillo, G., Escobar, S., Albuja, A., Gallegos, J., Carrascal, A. (2015). Calidad microbiológica de los quesos artesanales elaborados en zonas rurales de Riobamba (Ecuador). *Perspectiva* 16(18): 65-74.
- Manual BAM (Bacteriological analytical manual) online (2018). U.S. Food and Drug Administration, Silver Spring, MD. Available at: <http://www.fda.gov/Food/ScienceResearch/LaboratoryMethods/BacteriologicalAnalyticalManualBAM/ucm070149.htm>.
- Barreto de Deus, T., Barros, L., Mendes da Silva, R., Karine da Silva Lima, W., Virgens Lima, D. D., & Dos Santos Silva, A. (2017). *Staphylococcus aureus* and *Escherichia coli* in Curd Cheese Sold in the Northeastern Region of South America. *International journal of microbiology*, 2017, 8173741. <https://doi:10.1155/2017/8173741>
- Box, G., Hunter S., Hunter W. (2008). Estadística para investigadores. Editorial Reverté, S. A. Barcelona España.
- Chávez, A., Rigoberto, W., Meléndez, N., Jamileth, R., & Rivera De León, M. J. (2015). Estudio y alternativas de los procesos artesanales de elaboración y manejo de quesos frescos y duros de mayor consumo en El Salvador para alcanzar su inocuidad microbiológica. Tesis de Doctorado, Universidad de El Salvador, San Salvador. El Salvador. 449 pp. Recuperado de <https://studylib.es/doc/6322428/estudio-y-alternativas-de-los-procesos-artesanales>

- Cuevas-González, P. F., Heredia-Castro, P. Y., Méndez-Romero, J. I., Hernández-Mendoza, A., Reyes-Díaz, R., Vallejo-Cordoba, B., & González-Córdova, A. F. (2017). Artisanal Sonoran cheese (Cocido cheese): an exploration of its production process, chemical composition and microbiological quality. *Journal of the Science of Food and Agriculture*, 97(13), 4459-4466.
- Escatassa, M. L., Mancuso, I., Sciortino, S., Macaluso, G., Palmeri, M., Arcuri, L., Otado., Torado, C. & Cardamone, C. (2018). Retrospective study on the hygienic quality of fresh ricotta cheeses produced in Sicily, Italy. *Italian journal of food safety*, 7(1), 6911.
- Guzman, R., Contreras, A., Hernandez, R., Perez, I., Lopez, A., Zaidi, M., Estrada T. (2016). Mexican unpasteurised fresh cheeses are contaminated with Salmonella spp., non-O157 Shiga toxin producing Escherichia coli and potential uropathogenic E. coli strains: A public health risk. *International journal of food microbiology* 237: 10-16.
- Jalilzadeh, A., Tunçtürk, Y., Hesari, J. (2015). Extension Shelf Life of Cheese: A Review. *International Journal of Dairy Science* 10 (2): 44-60.
- Kunadu, A., Holmes, M., Miller, E., Grant, A. (2018). Microbiological quality and antimicrobial resistance characterization of Salmonella spp. in fresh milk value chains in Ghana. *International journal of food microbiology* 277: 41-49.
- Martínez, A., Villoch, A., Ribot, A., Ponce, P. (2013). Evaluación de la calidad e inocuidad de quesos frescos artesanales de tres regiones de una provincia de Cuba. *Revista Salud Animal* 35 (3): 210-213.
- Normativa Técnica Ecuatoriana INEN 1528 (2012). Norma General para Quesos Frescos no Madurados Requisitos. Quito, Ecuador.
- Normativa Técnica Ecuatoriana INEN 1529.2 (1999). Control microbiológico de los alimentos. Toma, envío y preparación de muestras para el análisis microbiológico. Quito, Ecuador.
- Normativa Técnica Ecuatoriana INEN 3067.8 (2016). Quesos elaborados con mezcla de leches. Requisitos. Quito, Ecuador.
- Ramírez C., y Vélez, J. (2012). Quesos frescos: propiedades, métodos de determinación y factores que afectan su calidad. *Temas Selectos de Ingeniería de Alimentos* 6 (2): 131-148. Recuperado de <http://web.udlap.mx/tsia/files/2013/12/TSIA-62Ramirez-Lopez-et-al-2012.pdf>.
- Resolución ARCSA-DE-067-2015-GGG. Normativa técnica sanitaria para alimentos procesados, plantas procesadoras de alimentos, establecimientos de distribución, comercialización, transporte y establecimientos de alimentación colectiva. Quito, D.M, 21 de diciembre de 2015.
- Vrdoljak, J., Dobranić, V., Filipović, I., & Zdolec, N. (2016). Microbiological quality of soft, semi-hard and hard cheeses during the shelf-life. *Macedonian veterinary review*, 39(1), 59-64.

## LA BENTONITA COMO AGENTE CLARIFICANTE DE UN EFLUENTE INDUSTRIAL ALIMENTARIO: SU COMPARACION CON COAGULANTES QUIMICOS TRADICIONALES

Sedolfo Carrasquero\*, Aura Márquez, Amelia Segovia, Gabriela Zambrano, Altamira Díaz, Gilberto Colina

Departamento de Ingeniería Sanitaria y Ambiental (DISA). Facultad de Ingeniería. Universidad del Zulia.

\*Autor para la correspondencia: [scarrasquero@fing.luz.edu.ve](mailto:scarrasquero@fing.luz.edu.ve)

Recibido: 31-8-2019 / Aceptado: 25-7-2020 / Publicación: 31-8-2020

Editor Académico: Marynes Montiel

### RESUMEN

Los efluentes industriales ocasionan graves impactos ambientales, su adecuado tratamiento y su posterior reutilización contribuye a un consumo sostenible del agua. En esta investigación se evaluó la efectividad de la bentonita (BT) como clarificante y se comparó con los coagulantes químicos tradicionales: sulfato de aluminio (SA) y cloruro férrico (CF) durante el tratamiento de los efluentes de un complejo industrial alimentario. Este estudio se llevó a cabo utilizando aguas residuales provenientes de industrias manufactureras de harina de trigo y pastas localizada en San Francisco, Venezuela. La caracterización del efluente se realizó mediante la medición de los parámetros: demanda bioquímica de oxígeno, demanda química de oxígeno, alcalinidad total, sólidos totales, sólidos suspendidos totales, sólidos sedimentables, color real, pH y turbidez. Los tratamientos se ejecutaron a través de corridas exploratorias con dosis que oscilaron entre 0 y 400 mg/L. El experimento se condujo con un diseño que toma muestras al azar y aplica tres tratamientos (SA, CF y BT), usando el equipo de la prueba de jarra, para reproducir las condiciones de una planta de tratamiento. Las dosis óptimas que permitieron obtener porcentajes de remoción de 98, 90 y 98% para el color y 92, 93 y 97% para la turbidez, fueron 260, 200 y 40 mg/L para el SA, CF y BT, respectivamente. Existieron diferencias significativas entre los tratamientos realizados, siendo la bentonita dosificada en húmedo la que arrojó las mayores remociones y generó un efluente que cumplió con la normativa venezolana vigente para descargas en cuerpos de agua.

**Palabras clave:** tratamiento fisicoquímico, aguas residuales industriales, bentonita, cloruro férrico, sulfato de aluminio.

## BENTONITE AS CLARIFIER AGENT OF A FOOD INDUSTRIAL EFFLUENT: ITS COMPARISON WITH TRADITIONAL CHEMICAL COAGULANTS

### ABSTRACT

Industrial effluents cause serious environmental impacts, proper treatment and subsequent reuse for multiple uses contributes to sustainable water consumption, which is why it is necessary to apply treatments to improve the conditions of the effluent. The effectiveness of bentonite (BT) as a clarifying agent was evaluated and compared with chemical coagulants: aluminum sulfate (AS) and ferric chloride (FC) by a physicochemical treatment of coagulation-flocculation in effluents of a food industrial complex. This study was carried out using wastewater from a manufacturing industrial complex of wheat flour and pastas. Wastewater characterization was performed by measuring the parameters: biochemical oxygen demand (BOD<sub>5,20</sub>), chemical oxygen demand (COD), total alkalinity, total solids (TS), total suspended solids



(TSS), settleable solids (SS), true colour, pH and turbidity. The treatments were carried out by conducting exploratory runs with doses of coagulants ranging between 0 and 300 mg/L. The experiment was conducted by using a completely randomized design with a total of three treatments (SA, CF y BT) and the jar test equipment, which reproduces the treatment plant conditions. Optimal doses obtained for the clarifying agents were 260, 200, and 40 mg/L, for a removal of 98, 90, and 98% for colour and 92, 93, and 97% for turbidity, respectively. There were significant differences between the treatments performed, being the wet bentonite the one that produced the highest elimination percentages. The effluent quality obtained from the treatments fulfilled the Venezuelan standards for discharge in water bodies.

**Keywords:** physicochemical treatment, coagulation, industrial wastewater, effluent, bentonite, ferric chloride, aluminum sulfate

## **BENTONITE COMO AGENTE DE CLAREAMENTO DE UM EFLUENTE INDUSTRIAL DE ALIMENTOS: SUA COMPARAÇÃO COM COAGULANTES QUÍMICOS TRADICIONAIS**

### **RESUMO**

Os efluentes industriais causam sérios impactos ambientais, o tratamento adequado e a reutilização subsequente para usos múltiplos contribuem para o consumo sustentável de água. Nesta pesquisa, a eficácia da bentonita (BT) como clarificante foi avaliada e comparada com coagulantes químicos tradicionais: sulfato de alumínio (SA) e cloreto férrico (CF) durante o tratamento de efluentes de um complexo industrial de alimentos. Este estudo foi efetuado utilizando águas residuais das indústrias de farinha de trigo e massas localizado em San Francisco, Venezuela. A caracterização da água residual foi realizada através da medição dos parâmetros: demanda bioquímica de oxigênio, demanda química de oxigênio, alcalinidade total, sólidos totais, sólidos totais em suspensão, sólidos sedimentáveis, cor real, pH e turbidez. Os tratamentos foram feitos por meio de execuções exploratórias com doses variando de 0 a 400 mg/L. O experimento foi conduzido em delineamento inteiramente casualizado, com um total de três tratamentos (SA, CF e BT), utilizando o equipamento de teste em jar, que reproduz as condições de uma estação de tratamento. As doses ótimas que permitiram obter porcentagens de remoção de 98, 90 e 98% para cor e 92, 93 e 97% para turbidez, foram 260, 200 e 40 mg / L para SA, CF e BT, respectivamente. Houve diferenças significativas entre os tratamentos realizados, sendo a bentonita úmida a que produziu as maiores porcentagens de remoção e gerou um efluente que atendeu às normas venezuelanas em vigor para descargas em corpos d'água.

**Palavras-chave:** tratamento físico-químico, efluentes industriais, bentonita, cloreto férrico, sulfato de alumínio.

---

Citación sugerida: Carrasquero, S., Márquez, A., Segovia, A., Zambrano, G., Díaz, A., Colina, G. (2020). La bentonita como agente clarificante de un efluente industrial alimentario: su comparación con coagulantes químicos tradicionales. *Revista Bases de la Ciencia*, 5(2), 11-31. DOI: 10.33936/rev\_bas\_de\_la\_ciencia.v5i2.1978 Recuperado de: <https://revistas.utm.edu.ec/index.php/Basedelaciencia/article/view/1978>

---

Orcid IDs:

Ph.D. Sedolfo Carrasquero: <https://orcid.org/0000-0002-4725-963X>

MSc. Aura Márquez: <https://orcid.org/0000-0001-8796-5857>

Ing. Amelia Segovia: <https://orcid.org/0000-0001-7931-0690>

Ing. Gabriela Zambrano: <https://orcid.org/0000-0001-8326-2417>

Ph.D. Altamira Díaz: <https://orcid.org/0000-0001-7013-5267>

Ph.D. Gilberto Colina: <https://orcid.org/0000-0002-6623-0760>

Ph.D. Marynes Montiel: <https://orcid.org/0000-0002-6249-0362>

## 1. INTRODUCCIÓN

Las aguas residuales industriales ocasionan graves impactos ambientales debido a que contienen materia orgánica y nutrientes que provocan la eutrofización y reducción del oxígeno disuelto en los cuerpos de agua. También contienen sólidos suspendidos que aumentan la turbidez, compuestos orgánicos e inorgánicos que producen toxicidad y microorganismos patógenos que provocan episodios de enfermedades hídricas (Mihelcic y Zimmerman, 2012). Una cantidad excesiva de sólidos es peligrosa para los peces y otras formas de vida acuática por la obstrucción de los órganos respiratorios (branquias), reducción de la intensidad de la radiación luminosa y modificación de las cadenas alimenticias (Ramos, Sepúlveda y Villalobos, 20003).

En Venezuela, la mayoría de los vertidos de aguas residuales, tanto domésticos como industriales, no son sometidos a ningún tratamiento de depuración, sino que simplemente se descargan al sistema de drenaje municipal y en los cuerpos de aguas, dejando que estos sistemas, con mayor o menor eficacia, degraden los desechos de forma natural (Carrasquero, Rodríguez, Bernal y Díaz, 2018; Palmero *et al.*, 2009;). Según fuentes oficiales, sólo el 14,4% de las fuentes emisoras de efluentes industriales poseen sistemas de tratamiento (PNUMA-MPPPA-IFLA, 2010).

Las aguas residuales procedentes de las industrias procesadoras de harina se caracterizan por presentar concentraciones de sólidos totales y materia orgánica que sobrepasan los límites establecidos por la normativa venezolana para la descarga en cuerpos de agua contemplados en el Decreto 883 (Carrasquero, Cordero, Mas y Rubi y Vargas, 2015a; Gaceta Oficial, 1995). El adecuado tratamiento de aguas residuales industriales y su posterior uso contribuye a un consumo sostenible del agua y a la regeneración ambiental del dominio público hidráulico, marítimo y de los ecosistemas (Fernández *et al.*, 2006).

En la depuración de aguas residuales industriales es habitual someter éstas a un tratamiento fisicoquímico previo a su descarga hacia la red de alcantarillado o los cuerpos de aguas receptores (ríos, pantanos y mares), siendo el más utilizado la coagulación-floculación. Este tipo de tratamiento presenta grandes ventajas como una menor sensibilidad a las variaciones tanto de caudal como de composición, gran flexibilidad en el diseño de la planta y posibilidad de adaptación según las características del vertido (Aguilar, Sáez, Llorens y Solar, 2002; Metcalf y Eddy, 2003).

Los coagulantes comúnmente utilizados son las sales de aluminio, hierro, calcio y los polímeros. El sulfato de aluminio y el cloruro férrico son coagulantes utilizados en el tratamiento de aguas residuales industriales, por su bajo costo, fácil manejo, preparación y aplicación debido a su capacidad de convertir material coloidal en agregados fácilmente sedimentables (Barghava, 2016; Güvenç y Güvenç, 2020; Li, Wu, Du, Zhong y Yang, 2020; Orescanin, Kollar, Nad, Lourencie y Mikulic, 2012).

De igual manera, la bentonita es una arcilla natural que posee excelentes propiedades coloidales, es de bajo costo y ampliamente utilizada en los procesos de coagulación en aguas residuales para producir un flóculo más compacto con mayor velocidad de sedimentación (Awad, Li y Hongtao, 2013).

El objetivo de la investigación fue evaluar la efectividad de la bentonita, dosificada en seco y húmedo, como agente clarificante en el tratamiento de efluentes generados en un complejo industrial alimentario, comparando su efectividad con químicos tradicionales como el sulfato de aluminio y el cloruro férrico.

## 2. MATERIALES Y MÉTODOS

### 2.1. Origen y caracterización del agua residual

El agua residual industrial proviene de un complejo industrial alimentario ubicado en el municipio San Francisco, Estado Zulia, Venezuela. El complejo se dedica a la producción y distribución de harina de trigo y pastas para consumo familiar e industrial. La captación del efluente se realizó usando el método 1060: Recolección de muestras y preservación (APHA, 2005), a través de un muestreo aleatorio simple de manera manual, tomando el agua residual en la tanquilla de descarga en recipientes de polietileno de alta densidad, limpios con capacidad de 25 L. La **Tabla 1** muestra las características fisicoquímicas que se midieron en el efluente industrial.

### 2.2. Montaje y operación del tratamiento fisicoquímico

Se utilizó como clarificante la arcilla bentonita (Montmorillonita sódica, Arcicol, Colombia). Se comparó la efectividad de la arcilla con productos comerciales de fácil adquisición, sulfato de aluminio (Scharlau, España) y cloruro férrico (Riedel-de Haën, Alemania). Se realizaron diferentes pruebas de jarra exploratorias para determinar las dosis de bentonita, sulfato de aluminio y cloruro férrico que permitieron generar el efluente con mejores características. Las pruebas se realizaron en el agua residual industrial cruda y en el agua residual con una sedimentación previa de 30 minutos. De igual manera, se realizaron sin ajustar el pH original del efluente industrial (Carrasquero, Terán, Mas y Rubí, Colina y Díaz, 2015b).

La prueba de jarra se realizó en un equipo con un agitador múltiple de velocidad variable (Phipps y Bird Inc, Modelo No. 300), el que creó turbulencia simultánea en seis vasos de precipitado reproduciendo de esta forma, las condiciones de coagulación-floculación que se producen en una planta de tratamiento de aguas a escala de laboratorio. Se agregaron 300 mL de agua residual a cada vaso de precipitado, se tomó uno de ellos como patrón y se agregaron dosis variables. Las condiciones

de operación de la prueba de jarra fueron un (1) minuto de mezcla rápida a 100 rpm, veinte minutos de mezcla lenta a 40 rpm, y 30 minutos de sedimentación.

**Tabla 1.** Parámetros físico-químicos medidos en la caracterización del efluente industrial

Parámetros	Código SM*	Método de análisis
pH	4500-H <sup>+</sup>	Potenciométrico
DQO <sub>T</sub>	5220-C	Digestión + Análisis Volumétrico
Turbidez	2130-B	Nefelométrico
Alcalinidad total	2320-B	Volumétrico
Dureza total	2330-C	Volumétrico
Fósforo total	4500-PC	Espectrofotométrico
Nitritos (N-NO <sub>2</sub> <sup>-</sup> )	4500-B	Espectrofotométrico
Nitratos (N-NO <sub>3</sub> <sup>-</sup> )	4500-E	Método de reducción en columna de cadmio + espectrofotométrico
Nitrógeno Kjeldahl (NTK)	4500-Norg B	Digestión + Análisis Volumétrico
Cloruros	4500-Cl-B	Volumétrico
Sólidos totales (ST)	2540-B	Gravimétrico
Sólidos sedimentables (SS)	2540-F	Gravimétrico
Color real	2120-C	Espectrofotométrico
DBO <sub>5,20</sub>	5210-C	Métodos de las diluciones

\*SM: Standard methods (APHA, 2005).

### 2.3. Montaje y operación del tratamiento fisicoquímico

Al finalizar la fase de sedimentación, se captó una muestra del sobrenadante en un punto situado aproximadamente 2 cm por debajo de la parte superior del nivel de líquido de cada vaso de precipitado con la finalidad de determinar la dosis óptima para cada coagulante y posteriormente determinar los parámetros fisicoquímicos DQO, color, turbidez, sólidos totales y pH, de acuerdo al método estándar (APHA, 2005). Para la selección de la dosis óptima de cada coagulante se utilizaron los siguientes criterios: máximo porcentaje de remoción de turbidez y color, cantidad mínima de dosis a usar, y verificación de remoción de DQO y sólidos totales (Carrasquero *et al.*, 2015a).

### 2.4. Preparación de las soluciones madres

#### 2.4.1. Sulfato de aluminio (SA) y cloruro férrico (CF)

El tratamiento se llevó a cabo mediante la realización de corridas exploratorias que permitieron conocer la dosis óptima definitiva. Las dosis utilizadas para estos coagulantes fueron agregadas con volúmenes progresivos aumentándolas en múltiplos de 20 mg/L y variaron en un rango de 0-420 mg/L (Carrasquero *et al.*, 2014; Carrasquero *et al.*, 2015a). La concentración de la solución madre a partir de la cual fueron agregadas las dosis fue de 10.000 mg/L.

#### 2.4.2. Bentonita (BT)

La bentonita se dosificó en seco y en húmedo. Para la dosificación en seco, se agregó la dosis de la arcilla directamente al agua residual, mientras que para la dosificación en húmedo se preparó una suspensión agregando 10 gramos de bentonita en 1 L de agua y agitando por 24 horas, de acuerdo con lo sugerido por Gidde, Bhalerao y Yawale (2008). A partir de esta solución se aplicaron las dosis evaluadas. Las dosis aleatorias utilizadas se agregaron con volúmenes progresivos, aumentándolas en múltiplos de 20 mg/L y variaron de 0 a 320 mg/L.

## 2.5. Diseño Experimental

Los resultados de los parámetros fisicoquímicos medidos se expresaron utilizando estadística descriptiva, señalando los valores de tendencia central (media) y su dispersión (desviación estándar). El experimento se condujo mediante un diseño completamente al azar, con un total de tres tratamientos (SA, CF y BT) con tres repeticiones cada uno. Los resultados de las remociones de las variables: color, turbidez, ST y DQO de las mejores pruebas obtenidas, se compararon mediante un análisis de varianza y separación de medias a través de la prueba de Tukey, utilizando el programa estadístico SPSS versión 20.0

## 3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### 3.1. Caracterización del efluente industrial

La caracterización fisicoquímica del efluente industrial se presenta en la **Tabla 2**, así como también los límites establecidos por la normativa venezolana para la descarga a cuerpos de agua contemplados en la Gaceta Oficial (1995). En esta tabla se muestra el valor medio de cada uno de los parámetros fisicoquímicos medidos y su dispersión expresada a través de la desviación estándar.

El efluente proveniente del complejo industrial alimenticio se caracterizó por presentar un pH promedio de 6,14 unidades. Dicho valor es similar al reportado por Banuraman y Meikandaan (2013), Benredjem, Delimi y Boudiba (2012), Carrasquero et al. (2015a), Hazourli, Ziati, Parmar y Upadhyay (2013) y Shabe, Salah y Janbi (2011), quienes efectuaron con éxito un tratamiento fisicoquímico de coagulación – floculación en aguas residuales industriales con valores de pH que oscilaron entre 6,00 y 6,90 unidades. Este parámetro se mantuvo dentro del rango impuesto por la normativa venezolana para la descarga a cuerpos de agua (Gaceta Oficial, 1995).

Con respecto a la alcalinidad total, el efluente industrial presentó una concentración promedio de 111 mgCaCO<sub>3</sub>/L. Carrasquero *et al.* (2015a) reportaron durante la caracterización de efluentes de una industria procesadora de harina valores que oscilaron entre 140 y 210 mg CaCO<sub>3</sub>/L, clasificándose el efluente como un agua residual de baja capacidad amortiguadora (De Sousa, Correia y Colmenares, 2010).

**Tabla 2.** Características del efluente del complejo industrial alimenticio

Parámetros	Unidad de expresión	Valor (media ± DE)	Límites establecidos por la norma venezolana de descarga a cuerpos de agua
Color real	UC Pt-Co	110 ± 5	500
Turbidez	UNT	117 ± 24	---
pH	-----	6,14 ± 0,03	6 – 9
Alcalinidad total	mgCaCO <sub>3</sub> /L	111 ± 29	----
Dureza total	mgCaCO <sub>3</sub> /L	19±3	----
Sólidos totales	mg/L	1317 ± 63	----
Sólidos sedimentables	mL/L	3,2 ±0,5	1
Nitrógeno total	mg/L	6,73 ± 0,95	40
Nitritos	mg/L	ND	10
Nitratos	mg/L	ND	10
Nitrógeno total Kjeldahl	mg/L	6,73 ± 0,95	----
Fósforo total	mg/L	1,24 ± 0,04	10
DBO <sub>5,20</sub>	mg/L	149 ± 35	60
DQO <sub>T</sub>	mg/L	454±60	350
Cloruros	mg/L	25 ±1	1000
DBO <sub>5,20</sub> /DQO <sub>T</sub>	-----	0,29 + 0,01	-----
DQO/NT/PT	-----	100/0,48/0,27	-----

DE: desviación estándar; número de mediciones realizadas: 5. ND: No detectable. Límite de detección: 1 mg/L. UC Pt-Co: Unidades de color platino cobalto. UNT: unidades nefelométricas de turbidez.

La concentración promedio de sólidos totales en el efluente industrial fue de 1317 mg/L. Dicho valor se encuentra cercano al reportado por Carrasquero *et al.* (2014), quienes obtuvieron una concentración de sólidos totales de 1740 mg/L en efluentes de una planta productora de harina de trigo. Por otro lado, los valores obtenidos en la caracterización de sólidos sedimentables oscilaron entre 2,7 y 3,7 mL/L, valores que exceden el límite establecido por la normativa venezolana donde indica que un máximo de 1,0 mL/L (Gaceta Oficial, 1995).

La concentración de materia orgánica medida como demanda química de oxígeno (DQO) que se obtuvo para el efluente del complejo industrial alimenticio fue de 454 mg/L. Carrasquero *et al.* (2014) reportaron un valor promedio de DQO de 745 mg/L durante el tratamiento de efluentes de una industria procesadora de harina mediante coagulación – floculación. Se obtuvo que el valor de DQO excede el límite establecido por la normativa venezolana para la descarga a cuerpos de agua. Los valores promedios de DQO obtenidos pudieran estar asociados a compuestos surfactantes (detergentes) utilizados durante el lavado de las unidades de la planta. Con respecto a la concentración promedio de demanda bioquímica de oxígeno (DBO<sub>5,20</sub>), el valor promedio obtenido fue de 149 mg/L, valor que excede el límite máximo para descarga en cuerpos de aguas (Gaceta Oficial, 1995).

La relación entre DBO<sub>5,20</sub>/DQO<sub>T</sub> del efluente industrial fue de 0,29; indicando que los tratamientos biológicos no son la mejor opción para el tratamiento de estos efluentes, puesto que se ha reportado que esta relación debería ser superior a 0,5 para lograr una fácil degradación de la materia orgánica

por los microorganismos. Si la relación es menor a 0,2, los vertidos se consideran de naturaleza inorgánica, poco biodegradables, siendo en este caso conveniente utilizar tratamientos fisicoquímicos (INESCOP, 2008)

El efluente industrial presentó bajas concentraciones de cloruros y dureza total, debido a que las concentraciones promedio fueron de 25 mg/L y 19 mgCaCO<sub>3</sub>/L, respectivamente; lo que implica un bajo contenido en iones calcio, magnesio y cloruros. Las bajas concentraciones de cloruros y dureza total permitirían el reúso del efluente tratado para fines industriales o de riego, debido a que, por los niveles de dureza, el agua se clasificaría como blanda (Soto, 2010) y por los niveles de cloruros sería segura para utilizarse en todo tipo de cultivos.

Respecto a los parámetros físicos color y turbidez, se obtuvo un valor promedio de color real de 110 UC Pt-Co y una turbidez de 117 UNT. Esto clasificaría al efluente como un agua de turbidez alta, de acuerdo con el criterio de Bina, Mehdinejad, Nikaeen y Movahedian (2009) que establece que niveles de turbidez mayores de 100 UNT son considerados elevados.

La concentración de nitrógeno total en el efluente fue de 6,73 mg/L. Los efluentes provenientes del sector alimenticio se caracterizan por contener bajo contenido de nitrógeno. Carrasquero *et al.* (2015a) reportaron 7,41 mg/L de nitrógeno total (NT) durante el tratamiento de efluentes de una industria procesadora de harina. La concentración promedio de nitrógeno total se encontró dentro de lo establecido por la normativa venezolana (Gaceta Oficial, 1995).

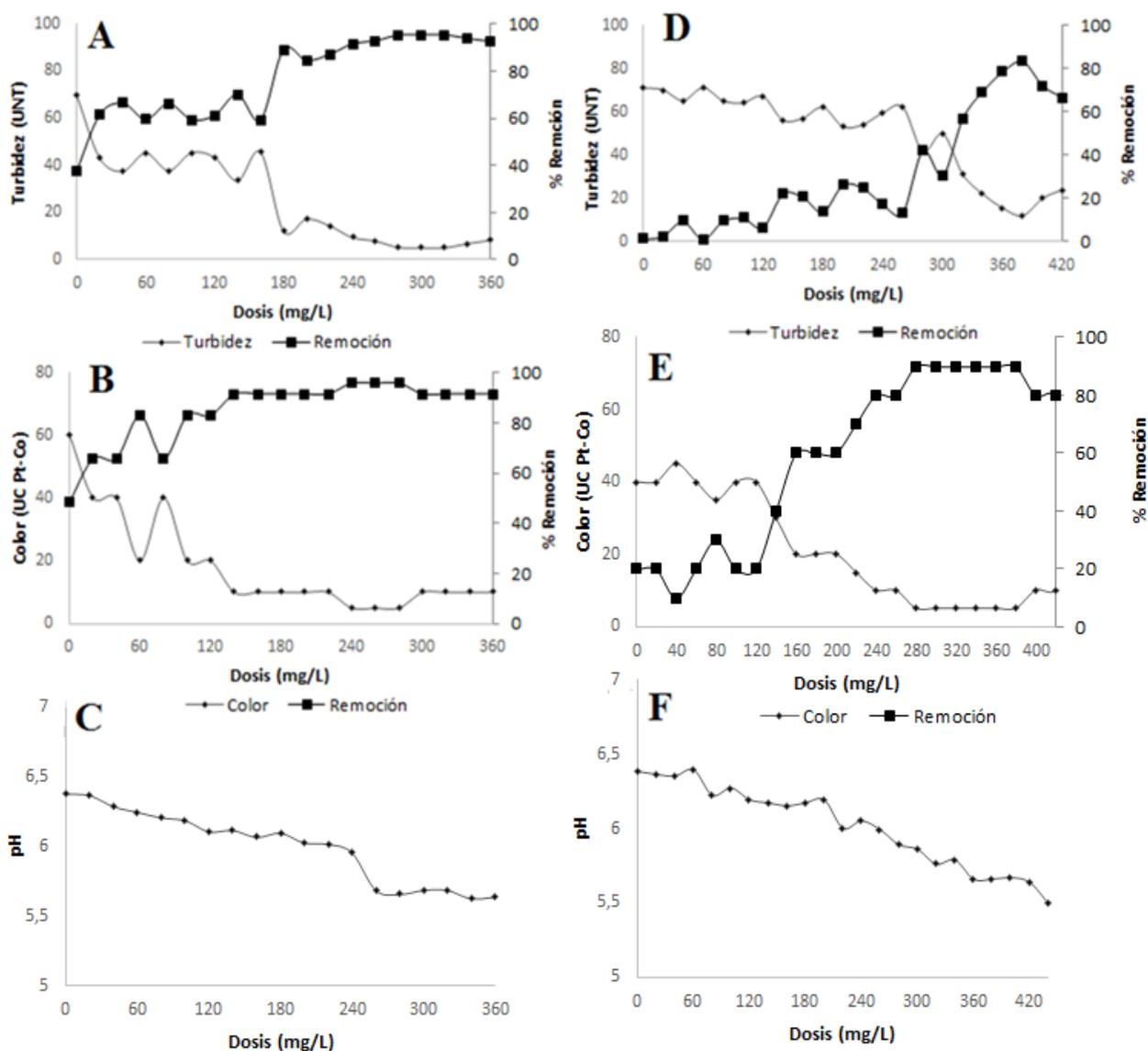
El fósforo total en el efluente fue de 1,24 mg/L, valor que se encuentra dentro el rango establecido por la normativa venezolana (Gaceta Oficial, 1995). El fósforo se encuentra en las aguas residuales en forma de fosfatos y proviene principalmente de la materia orgánica, de los detergentes sintéticos, de los productos de limpieza, de las diferentes actividades industriales. Los efluentes de industrias procesadoras de harina son pobres en nitrógeno y en fósforo (Carrasquero *et al.*, 2014; Carrasquero *et al.*, 2015a).

De la caracterización fisicoquímica realizada, se obtiene que los parámetros DQO, DBO y SS no cumplieron los niveles máximos permisibles según la normativa venezolana para descarga a cuerpos de agua, por lo que el efluente industrial debe ser sometido a un tratamiento mediante el cual se puedan reducir los niveles de estos parámetros, y poder así llevar a cabo su descarga, disminuyendo los efectos que puedan tener sobre el cuerpo de agua receptor.

### **3.2. Tratamiento fisicoquímico de coagulación – floculación.**

#### **3.2.1. Tratamiento con sulfato de aluminio.**

En la **Figura 1A** y **1D** se muestran los valores de turbidez residual y los porcentajes de remoción de turbidez correspondientes a cada una de las dosis aplicadas de sulfato de aluminio en el agua residual cruda y con una sedimentación previa, respectivamente. Se obtuvo que a medida que se aumentó la dosis de sulfato de aluminio, disminuyó la turbidez residual, aumentando el porcentaje de remoción de turbidez hasta un valor máximo de 95,4%, cuando se utilizó una dosis de 300 mg/L para el caso del agua residual cruda (**Figura 1A**).



Co= 110 UC Pt-Co. To= 112 UNT pHo= 6,14. Co= Color inicial. To = Turbidez inicial. pHo= pH inicial.

**Figura 1.** Variación de la turbidez, color y pH para las diferentes dosis de sulfato de aluminio en el agua residual cruda (A, B, C) y previamente sedimentada (D, E, F)

Para el agua previamente sedimentada (**Figura 1D**) se obtuvieron residuales de turbidez que oscilaron entre 12,0 y 71,0 NTU, con porcentajes de remoción comprendidos entre 1,3 y 83,3%. La dosis que permitió obtener el valor más bajo de turbidez (12 UNT) fue 380 mg/L. Se observó que la eficiencia de remoción de turbidez fue mayor a medida que se incrementaba la dosis de coagulante, fenómeno

que también fue reportado por Lanciné *et al.* (2008). De igual forma, este comportamiento también fue reportado por Carrasquero *et al.* (2015a) tratando aguas residuales de una planta productora de harina, obteniendo un porcentaje máximo de remoción de 98,4%, con una turbidez residual de 2,5 UNT para una dosis óptima de 160 mg/L.

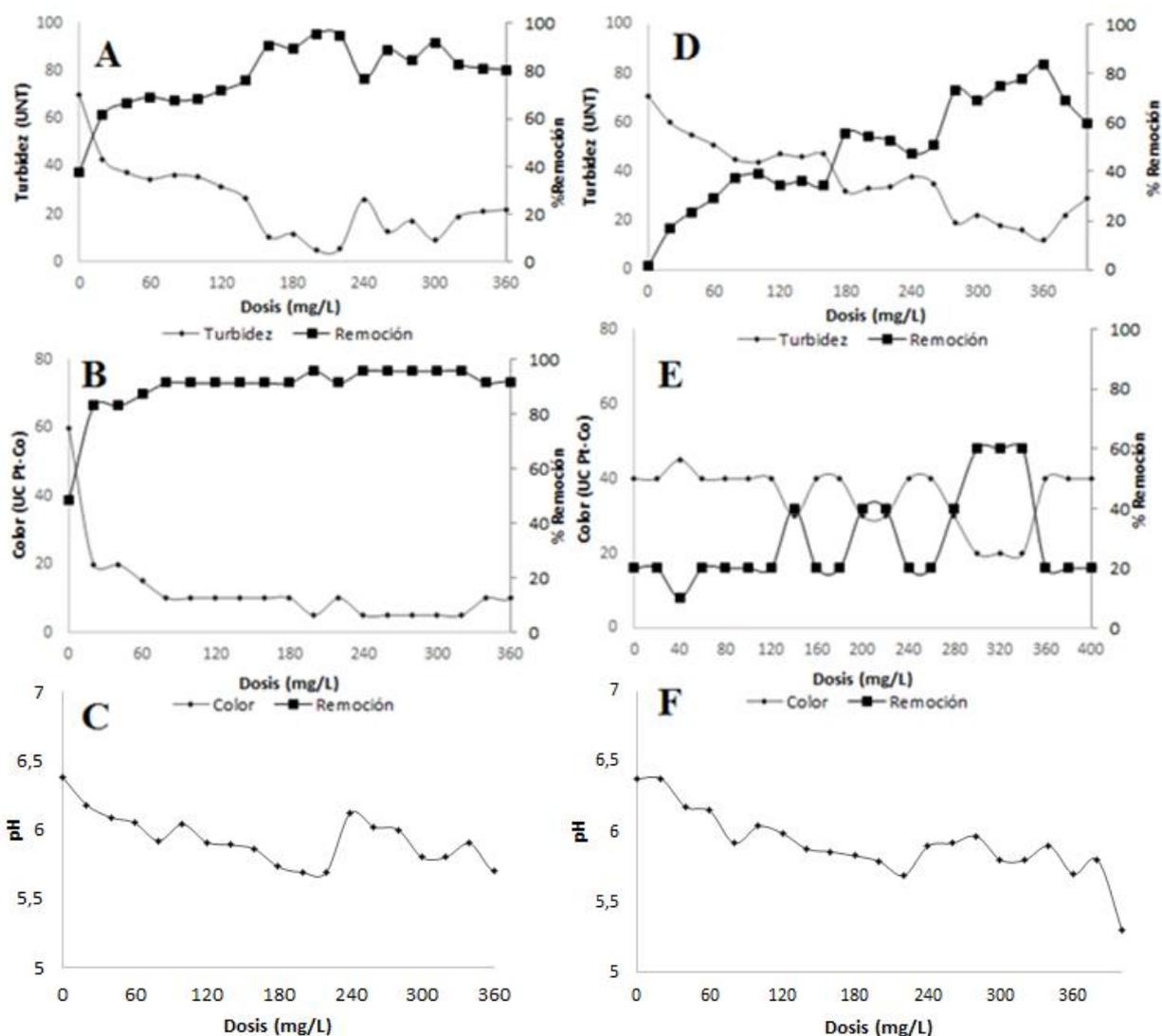
En la **Figura 1B y 1E** se muestran valores de color residual y los porcentajes de remoción de color correspondiente a cada una de las dosis aplicadas del sulfato de aluminio. Cuando se aplicaron dosis entre 240 y 280 mg/L en el agua residual cruda sin sedimentación previa se produjeron los menores valores de color residual de 5 UC Pt-Co y los mayores porcentajes de remoción de 95,7%. En el agua residual con sedimentación previa, se registraron valores residuales de color entre 5,0 y 45,0 UC Pt-Co, alcanzándose los mayores porcentajes de remoción (90%) con dosis entre 280 y 380 mg/L.

El pH en el tratamiento fisicoquímico del agua cruda y con sedimentación previa tuvo una marcada tendencia a disminuir a medida que se aumentó la dosis de sulfato de aluminio. La disminución de pH puede atribuirse a que el efluente no presentó suficiente alcalinidad para neutralizar los ácidos generados. Carrasquero, González, Díaz y Colina (2019), también reportaron una disminución en los valores de pH en las aguas del efluente de una planta de sacrificio de cerdos, en la cual el pH del agua residual varió de 7,75 a 6,46 unidades. Baltazar y Caprari (2004) indicaron que los incrementos en las concentraciones de sulfato de aluminio provocan una disminución en los valores de pH debido a la formación de productos de hidrólisis con carga positiva como  $\text{Al}(\text{OH})^{+2}$  y  $\text{Al}_8(\text{OH})_{20}^{+4}$ , los cuales se adsorben sobre las partículas cargadas negativamente reduciendo la carga y cambiando su signo.

### 3.2.2. Tratamiento con cloruro férrico.

En las **Figuras 2A y 2B** se observa que los valores residuales de turbidez oscilaron entre 4,80 y 70 UNT y los de color entre 5 y 60 UC Pt-Co, con porcentajes de remoción de turbidez que se encontraron entre 37,5 y 95,7 %, y de color entre 48,7 y 95,7%. El mayor porcentaje de remoción de turbidez se obtuvo cuando la dosis de cloruro férrico, osciló entre 200 y 220 mg/L, obteniéndose una máxima remoción de 95,7%. Se observó que la solución coagulante de cloruro férrico produjo un aumento de la turbidez cuando se utilizó una dosis de 240 mg/L, esto puede deberse a una sobredosificación de coagulante que ocasionó la reinversión del flóculo, lo que consiste en la regeneración del coloide y en consecuencia no se produce una buena coagulación (Arboleda, 2000; Carrasquero, Suárez, López, Marín y Díaz, 2017).

Los resultados obtenidos se asemejan a los reportados por Altaher y Alghamdi (2011) quienes alcanzaron una remoción de turbidez de 97% y una dosis de 200 mg/L durante el tratamiento de aguas residuales industriales. Las diferencias obtenidas en la dosis del coagulante pueden deberse a las diferencias entre los niveles de turbidez inicial de los efluentes tratados.



Co= 110 UC Pt-Co. To= 112 UNT pHo= 6,14. Co= Color inicial. To = Turbidez inicial pHo= pH inicial.

**Figura 2.** Variación de la turbidez, color y pH para las diferentes dosis de cloruro férrico en el agua residual cruda (A, B, C) y previamente sedimentada (D, E, F)

Para el efluente industrial sedimentado, como operación unitaria anterior al proceso de coagulación-floculación, se obtuvieron valores residuales que oscilaron entre 12,0 y 70,9 UNT para la turbidez y entre 20 y 40 UC Pt-Co para el color, con porcentajes de remoción de color entre 10,0 y 60,0% (**Figura 2D y 2E**), mientras que para la remoción de turbidez los porcentajes de remoción obtenidos se encontraron en un rango comprendido entre 1,4 y 77,7%.

Se observó una disminución del pH con respecto a las dosis aplicadas de cloruro férrico. Esta disminución también fue reportada por Laines, Goñi, Adams y Camacho (2008) utilizando cloruro férrico como coagulante en el tratamiento fisicoquímico de efluentes del lavado de vehículos y de lixiviados de un relleno sanitario. El pH es un parámetro importante en el proceso de coagulación ya que controla las especies de hidrólisis (Andía, 2000). Cuando se añade un coagulante (sal férrica) al agua, se forman una serie de especies de hidrólisis solubles con carga positiva, que tienden a disminuir el pH del agua. Las especies de hidrólisis cargadas positivamente absorben de la superficie partículas

coloidales y las desestabilizan, este mecanismo se llama neutralización de la carga. Los bajos potenciales de hidrógeno obtenidos luego del tratamiento con cloruro férrico pueden ser atribuidos a que el ion férrico ( $\text{Fe}^{3+}$ ) es un ion ácido de Lewis, que reaccionando con los iones ( $\text{OH}^-$ ) presentes en la solución acuosa producen  $\text{Fe}(\text{OH})_3$  (Song, Williams y Edyvean, 2004).

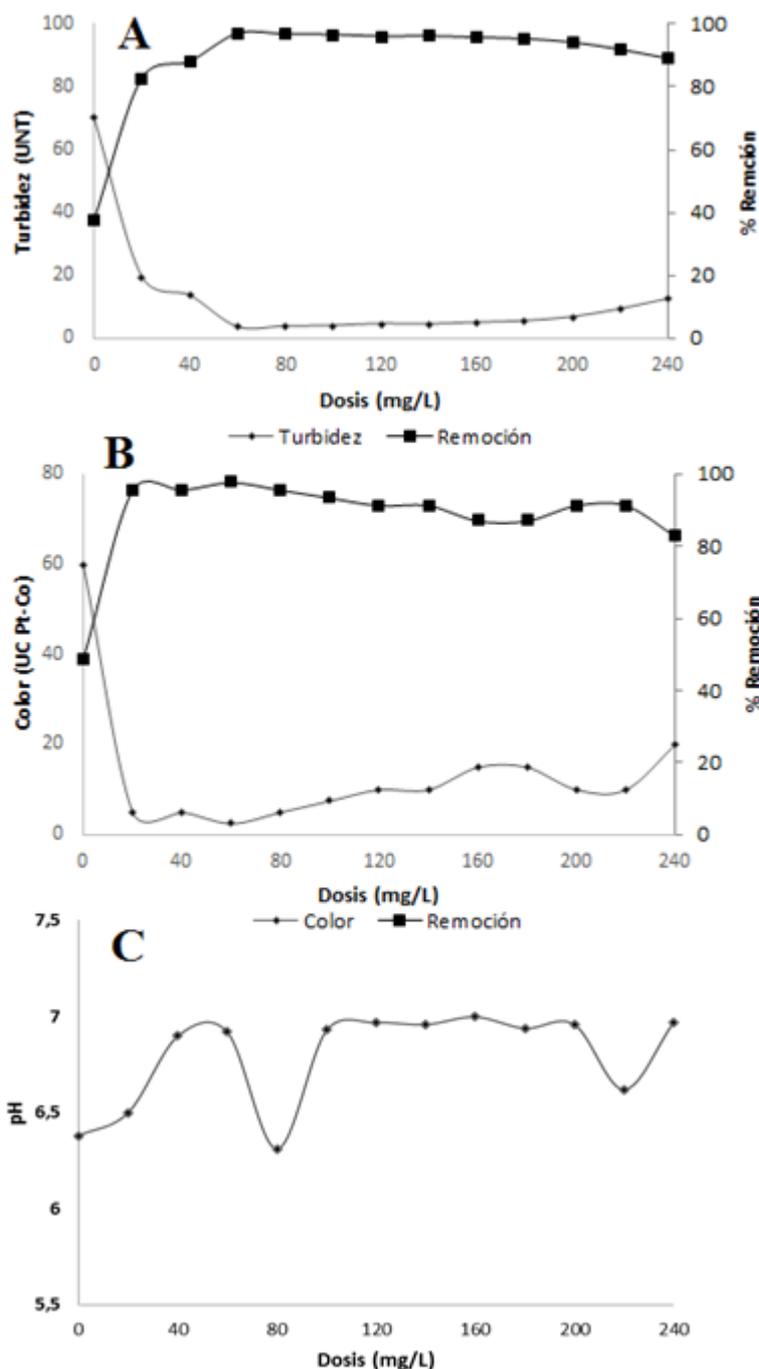
### 3.2.3. Tratamiento con bentonita

El tratamiento con bentonita se realizó con dosificación en húmedo y en seco en el agua residual cruda, mientras que para el agua residual sedimentada se aplicó el tipo de dosificación más eficiente de los evaluados en efluente sin sedimentación. Para la dosificación en húmedo se obtuvo que las menores concentraciones de los parámetros de control: turbidez y color se lograron cuando la dosis se encontró en el rango comprendido entre 60 y 180 mg/L, en el cual el color residual osciló entre 2,5 y 15,0 UC Pt-Co, y la turbidez entre 3,53 y 5,45 UNT. La dosis que permitió obtener los mayores porcentajes de remoción de turbidez (96,8%) y color (97,9%) fue de 60 mg/L (**Figuras 3A y 3B**).

Los valores residuales de turbidez obtenidos se encuentran dentro del rango reportado por Carrasquero *et al.* (2015a), quienes utilizaron la bentonita como coadyuvante del sulfato de aluminio durante el tratamiento de efluentes de una planta productora de harina de trigo. Estos investigadores utilizando una combinación de 80 mg/L de sulfato de aluminio y 200 mg/L de bentonita reportaron un porcentaje máximo de remoción de 99,4%, con un valor residual de 1,4 UNT, lo que demuestra la efectividad de la arcilla usado como químico primario o como coadyuvante.

En la **Figura 3B** se observa la variación del color en función de la dosis de bentonita, se obtuvo que el mayor porcentaje de remoción de color fue de 97,5% para las dosis de 20 y 60 mg/L. Dosis superiores a 60 mg/L ocasionaron un aumento en el color residual de 2,5 a 10 UC Pt-Co, esto puede deberse a que el exceso de clarificante no puede ser absorbido en la superficie de la partícula coloidal generando una pérdida en la eficiencia de coagulación (Andía, 2000).

Con respecto al pH, se observaron pocas variaciones del pH residual a medida que se varió la dosis de la bentonita. Husain, Saini y Javed (2013) obtuvieron poca variación del pH residual durante el tratamiento de aguas residuales textiles utilizando sulfato de aluminio más bentonita como coagulante, reportando un pH final de 6,6 unidades. Socorro, Suarez, Rincón, Díaz y Carrasquero (2016) durante el tratamiento de efluentes de una industria procesadora de harina al utilizar bentonita como coadyuvante a coagulantes químicos como el sulfato de aluminio y el cloruro férrico, observaron que se producía un efecto sinérgico positivo, ya que no se producían las variaciones típicas en el pH y debido a esto no había la necesidad de suministrar reactivos para ajustar el pH antes o después del proceso de coagulación.

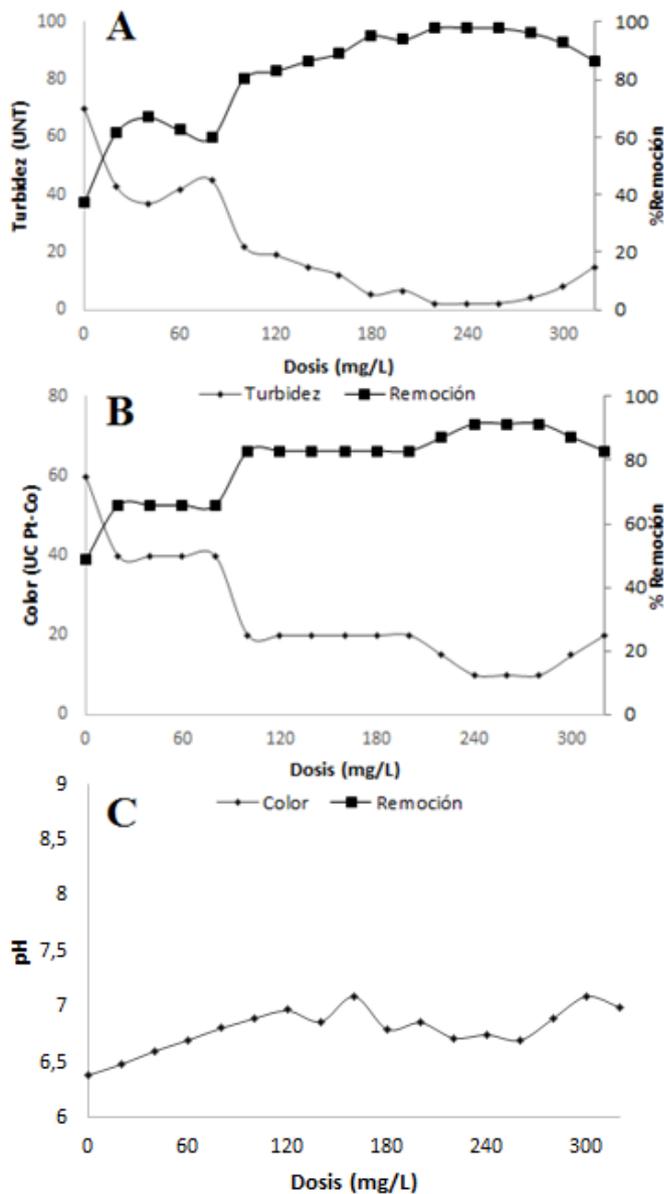


Co= 110 UC Pt-Co. To= 112 UNT pHo= 6,14. Co= Color inicial. To = Turbidez inicial. pHo= pH inicial.

**Figura 3.** Variación de la turbidez (A), color (B) y pH (C) para las diferentes dosis de bentonita dosificada en húmedo en el agua residual cruda

Los resultados para la dosificación en seco se presentan en la **Figura 4**. Estas pruebas se realizaron con la finalidad de determinar la existencia de diferencias entre estos dos tipos de dosificaciones e identificar el más eficiente. La dosis que permitió obtener los mayores porcentajes de remoción de turbidez (98,1%) y color (87,2%) fue de 240 mg/L, cuatro veces superior a la dosis óptima cuando la bentonita se agregó en húmedo (60 mg/L). Esta diferencia puede deberse a que, durante la preparación

de la suspensión de la bentonita, la arcilla se hidrató aumentando su volumen y permitiendo en el proceso de tratamiento formar flóculos de mayor tamaño que pueden barrer físicamente las partículas coloidales.

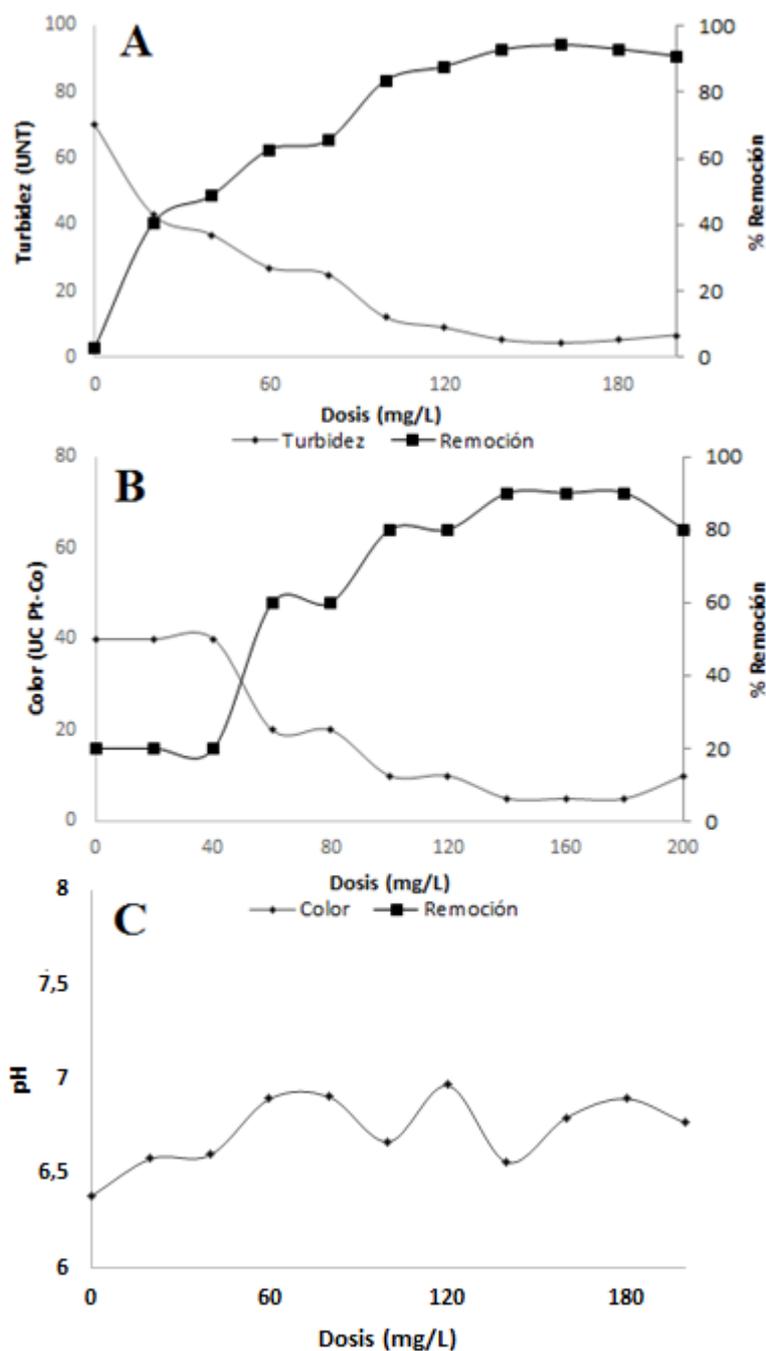


Co= 110 UC Pt-Co. To= 112 UNT pHo= 6,14. Co= Color inicial. To = Turbidez inicial. pHo= pH inicial.

**Figura 4.** Variación de la turbidez (A), color (B) y pH (C) para las diferentes dosis de bentonita dosificada en seco en el agua residual cruda

Las pruebas de jarra con agua residual previamente sedimentada se realizaron dosificando bentonita en húmedo, debido a que este sistema de dosificación fue más eficiente. Al igual que para los coagulantes químicos en el tratamiento con agua previamente sedimentada se obtuvieron mayores dosis de los clarificantes, la dosis óptima de bentonita fue de 160 mg/L (**Figura 5**), valor superior al obtenido en el agua sin sedimentación previa (60 mg/L). Los valores residuales oscilaron entre 5 y

40 UC Pt-Co para el color, 4,3 y 70 UNT para turbidez. Los mayores porcentajes de remoción de turbidez (92,60%) y color (90,0%) se obtuvieron para la dosis antes mencionada de 160 mg/L.



Co= 110 UC Pt-Co. To= 112 UNT pHo= 6,14. Co= Color inicial. To = Turbidez inicial. pHo= pH inicial.

**Figura 5.** Variación de la turbidez (A), color (B) y pH (C) para las diferentes dosis de bentonita dosificada en húmedo en el agua residual previamente sedimentada

### 3.3. Comparación de la efectividad de los tratamientos fisicoquímicos en la remoción de DQO, color, turbidez y sólidos totales.

Luego del proceso de coagulación-floculación y sedimentación utilizando los diferentes tipos de coagulantes, se seleccionó la dosis óptima en cada tratamiento, las cuales se muestran en la **Tabla 3**.

La dosis óptima para la bentonita, cuando se dosificó en húmedo en el agua cruda, fue de 60 mg/L, mientras que para el sulfato de aluminio y cloruro férrico fue de 280 y 200 mg/L, respectivamente, resultando la concentración del sulfato y del cloruro cinco y tres veces mayor a la de la arcilla. Se obtuvo que, de los tratamientos aplicados al efluente del complejo industrial alimenticio, el tratamiento con la bentonita dosificada en húmedo en el agua residual cruda produjo los menores valores de los parámetros físicos color, turbidez, y sólidos totales.

**Tabla 3.** Resumen de los tratamientos realizados con los coagulantes utilizados

Coagulantes	Tipo de agua residual	Dosis (mg/L)	Color (UC)	Turbidez (UNT)	pH	DQO (mg/L)	ST (mg/L)
Sulfato de Aluminio	Agua residual cruda	280	5 ± 0	5,3 ± 0,7	5,66±0,04	150 ± 23	980 ± 30
Cloruro Férrico		200	5 ± 0	4,8 ± 0,5	5,69±0,03	234 ± 75	916 ± 52
Bentonita en húmedo		60	5 ± 0	3,5 ± 0,8	6,92±0,12	30 ± 12	716 ± 59
Bentonita en seco	Agua residual sedimentada	240	15 ± 5	2,2 ± 0,4	6,72±0,14	174 ± 35	940± 25
Sulfato de Aluminio		380	5 ± 0	12,0± 2,4	5,66±0,09	174 ± 67	890 ± 54
Cloruro Férrico		340	20 ± 5	12,0 ± 3,5	5,70±0,12	300 ± 85	910 ± 76
Bentonita en húmedo		160	5 ± 0	5,3 ± 1,0	6,56±0,15	79 ± 19	730 ± 98

Valor ± desviación estándar, n=3, n: Número repeticiones. DQO = Demanda química de oxígeno. ST = Sólidos totales.

Con respecto al parámetro químico medido, se obtuvo que para el caso de la bentonita con una dosis óptima de 60 mg/L en el agua residual cruda se reportó una concentración de DQO residual de 30 mg/L, siendo el tratamiento que generó la menor concentración de DQO. Para el tratamiento con cloruro férrico y sulfato de aluminio, las concentraciones de DQO fueron de 150 y 234 mg/L, respectivamente. Cabe destacar que, para todos los tratamientos realizados, los valores de color, DQO y pH a la salida cumplen con lo establecido en la normativa venezolana para descargas en cuerpos de aguas (Gaceta Oficial, 1995).

En la **Tabla 4** se presentan los porcentajes de remoción de color, turbidez, DQO y sólidos totales. Del análisis estadístico realizado se observó que, al comparar el desempeño de los coagulantes individuales, el tratamiento con bentonita en solución presentó diferencias significativas ( $p < 0,05$ ) en la remoción de los parámetros fisicoquímicos: turbidez, DQO y sólidos totales.

El tratamiento con bentonita dosificada en húmedo resultó el más eficiente, esto puede deberse a los mecanismos de coagulación mediante los cuales actúan los compuestos utilizados en el efluente industrial, el cual presentó una turbidez de media a baja, de acuerdo a los resultados en la caracterización. Arboleda (2000) afirma que los coagulantes químicos inorgánicos remueven los coloides por adsorción y neutralización de cargas, mientras que la bentonita actúa por barrido.

**Tabla 4.** Porcentajes de remoción del tratamiento del efluente industrial

Coagulantes	Dosis (mg/L)	% Remoción de color	% Remoción de turbidez	% Remoción de DQO	% Remoción de ST
Sulfato de Aluminio	280,0	90 ± 0 <sup>a</sup>	75,8 ± 4,4 <sup>b,c</sup>	67,0 ± 8,5 <sup>b</sup>	25,6 ± 2,9 <sup>b,c</sup>
Cloruro Férrico	200,0	90 ± 0 <sup>a</sup>	78,1 ± 6,4 <sup>b</sup>	48,5 ± 6,5 <sup>c</sup>	30,4 ± 3,3 <sup>b</sup>
Bentonita en húmedo	60,0	90 ± 0 <sup>a</sup>	84,0 ± 3,2 <sup>b</sup>	93,4 ± 4,2 <sup>a</sup>	45,6 ± 4,1 <sup>a</sup>
Bentonita en seco	240,0	70 ± 0 <sup>b</sup>	90,0 ± 2,4 <sup>a</sup>	61,7 ± 2,5 <sup>b</sup>	28,6 ± 3,7 <sup>c</sup>

Nota: Letras diferentes en la misma fila indican diferencias significativas según la prueba de Tukey ( $p \leq 0,05$ ). (Valor ± desviación estándar, n=3)

La bentonita elimina las partículas coloidales que originan color, turbidez y DQO mediante un arrastre o un barrido. La bentonita al ser una arcilla que se suspende en el agua permite una producción de una masa esponjosa, denominada floc de barrido, que atrapa en su caída a los coloides y al material particulado, los que se ven forzados a decantar, incorporados dentro del precipitado que desciende (Arboleda, 2000). La coagulación por barrido no depende de la neutralización de la carga de los coloides, ya que las partículas son envueltas por los precipitados. El mecanismo de barrido permite formar flóculos de mayor tamaño y con velocidades de sedimentación relativamente altas en comparación con los que se obtienen con la coagulación por adsorción– neutralización. Cabe destacar que como las partículas coloidales pueden servir como núcleos para formar precipitados, un aumento en la concentración de partículas coloidales, que se produce con la dosificación de las arcillas como la bentonita, puede favorecer la precipitación (Barrenechea, 2004).

Según Arboleda (2000), este tipo de remoción de turbidez no es una verdadera coagulación, pero es la que se produce con mayor frecuencia cuando se utilizan arcillas como clarificantes. Además, este tipo de remoción no excluye que se produzca de manera simultánea, coagulación por puente químico o por adsorción–neutralización. En contraposición, el mecanismo que prevalece cuando se utilizan coagulantes químicos inorgánicos como el sulfato de aluminio y el cloruro férrico, es el de adsorción y neutralización de cargas, que consiste en las interacciones entre coagulante–coloide, coagulante–solvente y coloide–solvente. Cuando se añade sulfato de aluminio al agua, se forma una serie de especies solubles hidrolizadas como:  $Al^{3+}$ ,  $Al(OH)^{2+}$ ,  $Al_8(OH)^{4+}_{20}$  y  $Al(OH)_3$ , las cuales se adhieren o forman complejos superficiales con el coloide, y lo desestabilizan, lo que permite la formación de flóculos.

Se observó que cuando se trató agua residual con sedimentación previa, se incrementaron las dosis óptimas de los químicos utilizados en el tratamiento fisicoquímico del efluente industrial del complejo industrial alimentario. Esto se debe a que la turbidez del agua residual disminuye. Cabe destacar que cuando la cantidad de coloides presente en el agua es baja, la distancia entre ellos es grande y por lo

tanto, es menor la fuerza de atracción, la energía requerida para su desestabilización es mayor, así como también el tiempo de reacción y la cantidad de coagulante (Barrenechea, 2004).

Para lograr eficiencias de remoción superiores al 50% en aguas de baja turbidez, deben agregarse dosis de coagulante químico suficientemente altas para que se forme rápidamente un precipitado gelatinoso, el cual físicamente arrastra de la suspensión a las partículas coloidales y pueda llevarse a cabo una coagulación por barrido. Los resultados de remoción obtenidos para la DQO son similares a los reportados en algunas investigaciones, lo cual confirma la efectividad de la arcilla del tipo bentonita en la depuración de aguas residuales. Syafalni, Abdullah, Abustan y Mohd (2013) concluyeron que la bentonita puede ser un buen clarificante en el tratamiento de efluentes domésticos, registrando un 75% de eliminación con una dosis de 400 mg/L. En este sentido, Carrasquero *et al.* (2015a) combinaron la bentonita con sulfato de aluminio durante el tratamiento de efluentes de una planta procesadora de harina, obteniendo un porcentaje de remoción promedio de 62,6% de DQO, mientras que Molano e Iannacone (2018) utilizando sólo sulfato de aluminio en un efluente alimentario obtuvieron 63,07% con una dosis de 255 mg/L.

En la **Tabla 5** se presentan los porcentajes de remoción de color, turbidez, DQO y sólidos totales para el efluente industrial después de aplicar un proceso de sedimentación previa. El análisis estadístico realizado mostró que el tratamiento con bentonita presentó diferencias significativas ( $p < 0,05$ ) en la remoción de los parámetros fisicoquímicos (turbidez, DQO y sólidos totales).

**Tabla 5.** Porcentajes de remoción del tratamiento del efluente industrial con una sedimentación previa

Coagulantes	Dosis (mg/L)	% Remoción de color	% Remoción de turbidez	% Remoción de DQO	% Remoción de ST
Sulfato de Aluminio	380,0	90 ± 0 <sup>a</sup>	45,2 ± 4,5 <sup>b</sup>	61,7 ± 4,7 <sup>b</sup>	32,4 ± 2,7 <sup>b</sup>
Cloruro Férrico	340,0	60 ± 0 <sup>b</sup>	45,2 ± 2,3 <sup>b</sup>	33,9 ± 5,2 <sup>c</sup>	30,9 ± 5,1 <sup>b</sup>
Bentonita en húmedo	160,0	90 ± 0 <sup>a</sup>	75,8 ± 4,5 <sup>a</sup>	82,6 ± 4,9 <sup>a</sup>	44,6 ± 2,1 <sup>a</sup>

Nota: Letras diferentes en la misma fila indican diferencias significativas según la prueba de Tukey ( $p \leq 0,05$ ). (Valor ± desviación estándar, n=3)

#### 4. CONCLUSIONES

La caracterización fisicoquímica del agua residual del complejo industrial alimenticio estudiado arrojó que ésta no cumple con la normativa venezolana ambiental vigente para descarga a cuerpos de agua en referencia a los parámetros fisicoquímicos DQO, DBO<sub>5,20</sub>, y sólidos sedimentables, superando las concentraciones de 350, 60 y 1600 mg/L, respectivamente.

El tratamiento con bentonita en solución presentó diferencias significativas respecto a los coagulantes cloruro férrico y sulfato de aluminio en la remoción de los parámetros fisicoquímicos turbidez, DQO

y sólidos totales, generando una remoción de color de 97,5%, de turbidez de 97,0 %, DQO de 93,0% y de sólidos totales de 45,6%.

La arcilla bentonita puede ser utilizada durante la clarificación de aguas residuales de la industria alimentaria, debido a que la calidad del efluente luego del tratamiento cumple con la normativa venezolana vigente para descarga en cuerpos de agua.

## 5. REFERENCIAS

- Altaher, H., & Alghamdi, A. (2011). Enhancement of Quality of Secondary Industrial Wastewater Effluent by Coagulation Process. *Journal of Environmental Protection*, 2 (9), 1250-1256. <https://doi.org/10.4236/jep.2011.29144>
- APHA (2005). *Standard Methods for the Examination of Water and Wastewater*. 21st edition. American Public Health Association/American Water Works Association/Water Environment Federation, Washington DC, USA. 1714 pp.
- Andía, Y. (2000). *Tratamiento de agua: coagulación y floculación*. Documento técnico. Planta de Tratamiento de Agua Sedapal, Lima. Recuperado de: [http://www.sedapal.com.pe/c/document\\_library/get\\_file?uuid=2792d3e3-59b7-4b9e-ae55-56209841d9b8&groupId=10154](http://www.sedapal.com.pe/c/document_library/get_file?uuid=2792d3e3-59b7-4b9e-ae55-56209841d9b8&groupId=10154)
- Aguilar, M., Sáez, J., Llórens, M., Soler, A., & Ortuño, J. (2002). Tratamiento físico-químico de aguas residuales. Coagulación-Floculación. Universidad de Murcia, Servicio de Publicaciones. 151 p.
- Arboleda, J. (2000). *Teoría y práctica de la purificación del agua*. Tomo I. Editorial McGraw-Hill. Bogotá, Colombia. 1.155 p.
- Awad, M., Li, F., & Hongtao, W. (2013). Application of natural clays and polyaluminium chloride (PAC) for wastewater treatment. *College of Environmental Sciences and Engineering*, 15 (2), 287-291. Recuperado de: [https://www.arpapress.com/Volumes/Vol15Issue2/IJRRAS\\_15\\_2\\_19.pdf](https://www.arpapress.com/Volumes/Vol15Issue2/IJRRAS_15_2_19.pdf)
- Baltazar, J., & Caprari, J. (2004). Efectividad del sulfato de aluminio, sulfato ferroso y polielectrolito catiónico sobre el tratamiento de efluentes de plantas de pintura. *Ingeniería, sanitaria y ambiental* (74): 76-81.
- Banuraman, S., & Meikandaan, T. (2013). Treatability study of tannery effluent by enhanced primary treatment. *International Journal of Modern Engineering Research*, 3(1), 119-122. Recuperado de [http://www.ijmer.com/papers/Vol3\\_Issue1/AT31119122.pdf](http://www.ijmer.com/papers/Vol3_Issue1/AT31119122.pdf)
- Barghava, A. (2016). Physico-chemical waste water treatment technologies: An overview. *International Journal of Scientific, Research and Education*, 4(5), 5308-5319. <https://dx.doi.org/10.18535/ij sre/v4i05.05>.
- Barrenechea, A. (2004). OPS/CEPIS. *Tratamiento de Agua para Consumo Humano*. Manual I, Tomo I Capítulos 1 y 4: Aspectos fisicoquímicos de la calidad del agua y Coagulación. Lima, Perú. 55 p.
- Bina, B., Mehdinejad, H., Nikaeen, M., & Movahedian, H. (2009). Effectiveness of chitosan as natural coagulant aid in treating turbid waters. *Journal of Environmental Health Science and Engineering*, 6(4), 247-252. Recuperado de: <http://www.bioline.org.br/pdf?se09036#:~:text=At%20low%20initial%20turbidity%2C%20chitosan,handling%20cost%20may%20be%20achieved.>
- Carrasquero, S., Cordero R., Mas y Rubí M., Pardo A., Marín J., & Vargas L. (2014). Eficiencia del quitosano como coagulante en aguas residuales de una industria procesadora de harina. *Boletín del centro de investigaciones biológicas*, 48(3), 206-223.
- Carrasquero, S., Cordero, R., Mas y Rubí, M., & Vargas, L. (2015a). Tratamiento de efluentes de una industria procesadora de harina mediante coagulación-floculación. *Multiciencias*, 15(3), 34-41. Recuperado de: <https://www.redalyc.org/pdf/904/90444727003.pdf>
- Carrasquero, S., González, Y., Colina, G., & Díaz, A. (2019). Eficiencia del quitosano como coagulante en el postratamiento de efluentes de una planta de sacrificio de cerdos. *Orinoquia*, 23(2), 36-36. Recuperado de: <https://www.redalyc.org/jatsRepo/896/89662922004/movil/index.html>
- Carrasquero, S., Rodríguez, M., Bernal, J., & Díaz, A. (2018). Eficiencia de un reactor biológico secuencial en el tratamiento de efluentes de una planta procesadora de productos cárnicos. *Revista Facultad de Ciencias Básicas*. 14(1):1-11. <https://doi.org/10.18359/rfcb.3017>

- Carrasquero, S., Suarez, E., López, Y., Marin, J., & Díaz, A. (2017). Uso de amargos de salmuera como coagulante en el tratamiento terciario de efluentes cárnicos. *Revista de la Universidad del Zulia*, 8(21), 11-27. Recuperado de: <https://produccioncientificaluz.org/index.php/rluz/article/view/29887/30872>
- Carrasquero, S., Terán, K., Mas y Rubí, M., Colina, G., & Díaz, A. (2015b). Evaluación de un tratamiento fisicoquímico en efluentes provenientes del lavado de vehículos para su reutilización. *Impacto científico*, 10(2), 122-139. Recuperado de: <https://biblat.unam.mx/hevila/Impactocientifico/2015/no2/8.pdf>
- De Sousa, C., Correia, A., & Colmenares, M. (2010). Corrosión e incrustaciones en los sistemas de distribución de agua potable: Revisión de las estrategias de control. *Boletín de Malariología y Salud Ambiental*, 50(2), 187-196. Recuperado de: <https://pdfs.semanticscholar.org/abc9/02ac9e3caa3c030c8dbcb4495e58d514f10a.pdf>
- Fernández, A., Letón, P., Rosal, R., Dorado, M., Villar, S., & Sanz, J. (2006). *Tratamientos avanzados de aguas residuales industriales*. Círculo de Innovación en Tecnologías Medioambientales y Energía. Madrid, España. 137 p.
- Gaceta Oficial de la República de Venezuela. (1995). Decreto N° 883. *Normas para la Clasificación y el Control de la Calidad de los Cuerpos de Agua y Vertidos o Efluentes Líquidos*. No. 5.021, Caracas, Venezuela.
- Gidde, M., Bhalerao, A., & Yawale, S. (2008). Bentonite clay turbidity removal by herbal coagulant - A rural water treatment technology. *National Conference on Household Water Treatment at college of Sic. &Tech*. Farah, Mathura, India. On 24<sup>th</sup> and 25<sup>th</sup> July.
- Güvenç, S., & Güvenç, E. (2020). Pretreatment of food industry wastewater by coagulation: Process modeling and optimization. *Celal Bayar University Journal of Science*, 15(3), 307-316. <https://doi.org/10.18466/cbayarfb.581611>.
- Hazourli, S., Ziati, M., Benredjem, Z., Delimi, R., & Boudiba, L. (2012). Analysis of wastewater loaded with paint before and after treatment of coagulation–flocculation. *Arabian Journal for Science and Engineering*, 37, 897-903.
- Husain, A., Saini, P., & Javed, I. (2013). Physico-chemical treatment of textile mill dye waste by coagulation & flocculation using alum with bentonite clay. *Journal of Chemical and Pharmaceutical Research*, 5 (2), 70-73. Recuperado de <http://www.jocpr.com/articles/physicochemical-treatment-of-textile-mill-dye-waste-by-coagulation--flocculation-using-alum-with-bentonite-clay.pdf>
- INESCOP. Centro de Innovación y Tecnología. (2008). *Aplicación de bioensayos respirométricos en aguas de tenerías*. Departamento del medio ambiente de INESCOP, Alicante, España, 16 p.
- Laines, J.; Goñi, J.; Adams, R., & Camacho, W. (2008). Mezclas con potencial coagulante para tratamiento de lixiviados de un relleno sanitario. *Interciencia*, 33(1), 22-28. Recuperado de [http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0378-18442008000100006](http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0378-18442008000100006).
- Lanciné, G., Bamory, K., Raymond, L., Jean-Luc, S., Christelle, B., & Jean, B. (2008). Coagulation-Flocculation Treatment of a Tropical Surface Water with Alum for Dissolved Organic Matter (DOM) Removal: Influence of Alum Dose and pH Adjustment. *J. Int. Environ. Appl. Sci.*, 3(4), 247-257. Recuperado de <http://www.jieas.com/fvolumes/vol081-4/3-4-6.pdf>.
- Li, H., Wu, S., Du, C., Zhong, Y., & Yang, C. (2020). Preparation, performances, and mechanisms of microbial flocculants for wastewater treatment. *International Journal of Environmental Research and Public Health*, 17, 1360. Recuperado de <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC7068532/>.
- Metcalf y Eddy. (2003). *Wastewater Engineering: Treatment and Reuse*. 4th Edition, McGraw-Hill, New York. 1771 p.
- Mihelcic, J., & Zimmerman, J. (2012). *Ingeniería Ambiental. Fundamentos, Sustentabilidad y Diseño*. Grupo Alfaomega Editores. México D.F., México. 720 p.
- Molano, J., & Iannacone, J. (2018). Tratamiento de efluentes de la industria alimentaria por coagulación-floculación utilizando almidón de *Solanum tuberosum* L. “papa” como alternativa al manejo convencional Biotempo, 15(1):83-112. <https://doi.org/10.31381/biotempo.v15i1.1699>
- Orescanin, V., Kollar, R., Nad, K., Lovrencic, I., & Mikulic, N. (2012). Boat pressure washing wastewater treatment with calcium oxide and/or ferric chloride. *Arh Hig Rada Toksikol*, 63: 21-26. <https://doi.org/10.2478/10004-1254-63-2012-2194>
- Palmero, J., Pire, M., Hernández, J., López, F., Rincón, N., & Díaz, A. (2009). Fraccionamiento de la materia orgánica de un agua residual de la industria avícola para la remoción biológica de nutrientes. *Boletín del centro investigaciones biológicas*, 43(2): 211–224.
- Parmar, N., & Upadhyay, K. (2013). Treatability Study of Pharmaceutical Wastewater by Coagulation Process. *International Journal of Chem. Tech Research*, 5 (5), 2278-2283. Recuperado de [http://www.sphinxsai.com/2013/JulySept13/chPDF/CT=30\(2278-2283\)JS13.pdf](http://www.sphinxsai.com/2013/JulySept13/chPDF/CT=30(2278-2283)JS13.pdf)
- Programa de las Naciones Unidas para el Medio Ambiente (PNUMA), Ministerio del Poder Popular para el Ambiente (MPPPA), el Instituto Forestal Latinoamericano (IFA). (2010). *Perspectivas del medio ambiente en Venezuela*. Caracas, Venezuela. 247 p.

- Ramos, R., Sepúlveda, R., & Villalobos, F. (2002). *El agua y el medio ambiente: Muestreo y análisis*. Plaza y Valdez Editores. Baja California. México. 129 p.
- Shabe, K., Salah, S., & Janbi, M. (2011). Coagulation-flocculation process to treat pulp and paper mill wastewater by enugreek mucilage coupled with alum and polyaluminum chloride. *Al-Khwarizmi Engineering Journal*, 7 (3), 39-47. Recuperado de: [https://pdfs.semanticscholar.org/0024/adc0f16f0948cc58d4160e3ababa03ba1f69.pdf?\\_ga=2.86897627.295055955.1592783414-1039370927.1592783414](https://pdfs.semanticscholar.org/0024/adc0f16f0948cc58d4160e3ababa03ba1f69.pdf?_ga=2.86897627.295055955.1592783414-1039370927.1592783414)
- Socorro, D., Suarez, A., Rincón, A., Díaz, A., & Carrasquero, S. (2016). Efectividad de la bentonita como clarificante en el tratamiento de efluentes del lavado de vehículos. *REDIELUZ*, 6(1), 36-43.
- Song, Z., Williams, C., & Edyvean, R. (2004). Treatment of tannery wastewater by chemical coagulation. *Desalination*, 164 (3), 249-259.
- Soto, J. (2010). La dureza del agua como indicador básico de la presencia de incrustaciones en instalaciones domésticas sanitarias. *Ingeniería Investigación y Tecnología*, 9(2), 167-177. Recuperado de: [http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1405-77432010000200004](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1405-77432010000200004)
- Syafalni, Abdullah, R., Abustan, I., & Mohd, A. (2013). Wastewater treatment using bentonite, the combinations of bentonite-zeolite, bentonite-alum, and bentonite-limestone as adsorbent and coagulant. *International Journal of Environmental Sciences*, 4 (3): 379-391. Recuperado de <http://www.ipublishing.co.in/ijesarticles/thirteen/articles/volfour/EIJES41034.pdf>.

## DETERMINACIÓN DE CAUDALES ECOLÓGICOS EN EL RÍO CUTUCHI, ECUADOR

Mercy Ilbay-Yupa<sup>1\*</sup>, Paola Albarrasín<sup>1</sup>, Víctor M García<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Carrera de Ambiente. Facultad de Ciencias Agropecuarias y Recursos Naturales. Universidad Técnica de Cotopaxi.

<sup>2</sup>Facultad de Recursos Naturales. Escuela Superior Politécnica de Chimborazo.

E-mail: [katherine.albarrasin9665@utc.edu.ec](mailto:katherine.albarrasin9665@utc.edu.ec), [victor.garcia@esPOCH.edu.ec](mailto:victor.garcia@esPOCH.edu.ec)

\*Autor para la correspondencia: [mercy.ilbay@utc.edu.ec](mailto:mercy.ilbay@utc.edu.ec)

Recibido: 06-05-2020 / Aceptado: 27-7-2020 / Publicación: 31-8-2020

Editor Académico: Gilberto Colina

### RESUMEN

La legislación del Ecuador obliga a mantener un caudal ecológico para preservar los ecosistemas y la biodiversidad. Sin embargo, son pocos los ríos en el país en los que se ha establecido el flujo mínimo. El objetivo de esta investigación fue determinar el caudal ecológico en el río Cutuchi, estación hidrológica Cutuchi A.J. Yanayacu (H792), mediante los métodos: Caudal de permanencia, Suizo, Tennant, Rafael Heras y Referencial. Adicionalmente, se comparó con el caudal ecológico al 10% del caudal medio mensual multianual establecido en la transitoria sexta de la ley ecuatoriana. También se analizaron las tendencias del caudal y la precipitación en la cuenca alta del río Patate. Los resultados evidencian un caudal promedio anual de 9,64 m<sup>3</sup>/s para el río Cutuchi, con dos regímenes hidrológicos (avenidas y estiaje) que responden a la distribución de las precipitaciones. La comparación de medias según la prueba de Tukey al 5%, determinó que los métodos Referenciales seguidos de Tennant, como adecuados para la sobrevivencia de la vida acuática en el río. De igual manera, los caudales estimados fueron superiores al caudal mínimo observado para el periodo 1990-2014. El análisis de tendencia mediante la prueba estadística de Mann-Kendall evidenció que el caudal anual y estacional presentaron cambios o tendencias significativas ( $p < 0,01$ ). Sin embargo, la precipitación no mostró cambios de aumento o disminución durante los 20 años ( $p < 0,05$ ).

**Palabras clave:** Río Cutuchi, Caudales ecológicos, método Referencial, Tennant.

## ECOLOGICAL FLOW DETERMINATION ON THE CUTUCHI RIVER, ECUADOR

### ABSTRACT

Ecuador's legislation requires maintaining an ecological flow to preserve ecosystems and biodiversity. However, few rivers in the country where the minimum flow has been established. The objective of this research was to determine the ecological flow in the Cutuchi River, Cutuchi A.J. Yanayacu hydrological station (H792), using the methods: Permanence Flow, Swiss, Tennant, Rafael Heras and Referential. In addition, it was compared with the ecological flow to 10% of the average monthly multi-year flow established in the transitional sixth of Ecuadorian law. Flow and precipitation trends in the upper Patate River basin were also analyzed. The results show an average annual flow of 9.64 m<sup>3</sup>/s for the Cutuchi River, with two hydrological regimes (avenues and styling) that respond to the distribution of precipitation. The

comparison of means according to the Tukey test at 5%, determined the Referential methods followed by Tennant, as suitable for the survival of aquatic life in the river. Similarly, the estimated flow rates were higher than the minimum flow observed for the period 1990-2014. Trend analysis using Mann-Kendall's statistical test showed that annual and seasonal flow showed significant changes or trends ( $p < 0.01$ ). However, precipitation showed no changes in increase or decrease during the 20 years ( $p < 0.05$ ).

**Keywords:** Cutuchi River, Ecological flows, Reference method, Tennant.

## DETERMINAÇÃO DE CAUDAIS ECOLÓGICOS NO RIO CUTUCHI, EQUADOR

### RESUMO

A legislação do Equador exige a manutenção de um fluxo ecológico para preservar os ecossistemas e a biodiversidade. No entanto, são poucos os rios do país nos quais o caudal mínimo foi estabelecido. O objetivo desta investigação foi determinar o fluxo ecológico no rio Cutuchi, estação hidrológica Cutuchi A.J Yanayacu (H792), utilizando os métodos: Fluxo de Permanência, Suíço, Tennant, Rafael Heras e Referencial. Adicionalmente foi comparado com o fluxo ecológico para 10% do fluxo médio mensal multianual estabelecido na transitória sexta da lei equatoriana. Foram também analisadas as tendências de caudal e a precipitação na bacia do rio Patate superior. Os resultados mostram um caudal médio anual de 9,64 m<sup>3</sup>/s para o rio Cutuchi, com dois regimes hidrológicos (avenidas e estiagem) que correspondem à distribuição da precipitação. A comparação das médias de acordo com o teste Tukey em 5%, determinou que os métodos de referência seguidos por Tennant, eram adequados para a sobrevivência da vida aquática. Da mesma forma, os caudais estimados foram superiores ao caudal mínimo observado para o período 1990-2014. A análise das tendências utilizando o teste estatístico de Mann-Kendall mostrou que o fluxo anual e sazonal apresentava alterações ou tendências significativas ( $p < 0.01$ ). No entanto, a precipitação não apresentou alterações no aumento ou diminuição durante os 20 anos ( $p < 0,05$ ).

**Palavras chave:** Rio Cutuchi, caudais ecológicos, método de Referência, Tennant.

---

Citación sugerida: Ilbay, M., Albarrasin, P., García, V. (2020). Determinación de caudales ecológicos en el río Cutuchi, Ecuador. Revista Bases de la Ciencia, 5(2), 33-52. DOI: 10.33936/rev\_bas\_de\_la\_ciencia.v5i2.2401 Recuperado de: <https://revistas.utm.edu.ec/index.php/Basedelaciencia/article/view/2401>

---

Orcid IDs:

Ph.D. Mercy Ilbay-Yupa: <https://orcid.org/0000-0001-9503-2686>

Paola Albarrasin: <https://orcid.org/0000-0001-8249-8567>

MSc. Victor M García: <https://orcid.org/0000-0001-7137-8623>

Dr. Gilberto Colina: <https://orcid.org/0000-0002-6623-0760>

## 1. INTRODUCCIÓN

La creciente demanda de agua y los flujos reducidos como consecuencia del cambio climático está creando una presión cada vez mayor sobre los ríos (Davies, 2010). Esto provoca conflictos entre los sistemas humanos y el sistema ecológico del río (Arthington, Bunn, Poff, Naiman and 2006) y por lo tanto, las operaciones ecológicas, las prácticas y la investigación para determinar caudales ecológicos deben involucrar la reposición ecológica del agua de cuencas hidrográficas con nuevas herramientas de modelado (Yan, Zhou, Sang, Wang, 2018). Comprender la variabilidad del flujo, la importancia de la protección de la biodiversidad y el mantenimiento de los bienes y servicios que proporcionan los ríos es un gran desafío para los administradores y científicos del agua (Arthington et al., 2006). El caudal ejerce un gran impacto en el hábitat acuático, la morfología del río, la vida acuática, la conectividad del río y la calidad del agua (Richter, Baumgartner, Braun, Powell, 1998). Basado en la premisa de que la salud de un ecosistema fluvial se deteriora significativamente si el flujo cae por debajo de algún umbral, nace el concepto de flujo mínimo en la década de 1970. Sin embargo, los flujos altos son importantes para la limpieza de canales, mantenimiento de las llanuras de inundación y la vegetación ribereña; los flujos medios para el crecimiento y la migración de peces y los bajos para evitar la fragmentación del río, mantener la calidad del agua y como evidencia de que el río existe (Poff et al., 1997).

Para proporcionar orientación sobre el uso sostenible de los recursos hídricos de un río, se han desarrollado métodos ampliamente utilizados para el caudal ecológico de un río como: métodos hidrológicos (Brierley, Reid, Fryirs, Trahan, 2010; Brown, Gallardo, Williams, Torre, 2016; Pang, Xu, Wu, 2012), método hidráulicos (Benetti, Lanna, Salette, 2003; Kharrazi, Kraines, Hoang, Yarime, 2014; Ma, Luo, Yang, Lu, Fan, 2019; Mosley, 1982), métodos de hábitats (Cote, 2007; Karr, 1981; Moir, Gibbins, Soulsby, Youngson 2005;) y métodos holísticos (Hughes y Hannart, 2003; King, Brown, Sabet, 2003). Todos estos métodos son capaces de evaluar con precisión el estado de salud del río en función de sus propios modelos y de acuerdo con los indicadores correspondientes. Sin embargo, los tres últimos métodos requieren una gran cantidad de datos soportes y no se pueden aplicar a la mayoría de las zonas. Los métodos hidrológicos se basan en el régimen hidrológico fluvial registrado y suponen que un porcentaje del flujo medio garantizará un cierto nivel de protección de los ecosistemas (Yang, Xia, Yu, Guo, 2012). El método de Tennant o Montana es el más conocido y utilizado, su aplicación se fundamenta en porcentajes estándar de flujo medio para diferentes condiciones ecológicas (Tennant, 1976).

La Ley Orgánica de Recursos Hídricos, Usos y Aprovechamiento del Agua 2014 en el Ecuador, Art. 76, define caudal ecológico como la “cantidad de agua, expresada en términos de magnitud, duración, época y frecuencia del caudal específico que se requieren para mantener un nivel adecuado de salud

en el ecosistema”. Para la determinación de los caudales ecológicos, la Secretaría Nacional del Agua (SENAGUA) en coordinación con el Ministerio del Ambiente del Ecuador (MAE) determinará criterios, parámetros y metodología considerando las características y condiciones de los cuerpos de agua (sexta transitoria), pero, en la actualidad no se ha aprobado la reglamentación para la determinación de caudales ecológicos en el país. Por esta razón las autorizaciones para uso o aprovechamiento productivo del agua se realizan con base en el caudal ecológico al 10% del caudal medio mensual multianual del régimen natural de la fuente y se calcula considerando por lo menos 10 años de datos hidrológicos (sexta transitoria). La extracción de agua de muchos ríos del mundo sin establecer un caudal saludable, está provocando una degradación severa en los ecosistemas fluviales (Jain, 2012). Aunque la demanda ecológica de agua es una cuestión importante en la gestión de los recursos hídricos, poco se ha investigado sobre el caudal ecológico en el Ecuador y en especial para el río Cutuchi. El objetivo de esta investigación fue determinar el caudal ecológico por diferentes métodos hidrológicos y analizar las tendencias del caudal y la precipitación en la cuenca alta del río Patate.

## 2. MATERIALES Y MÉTODOS

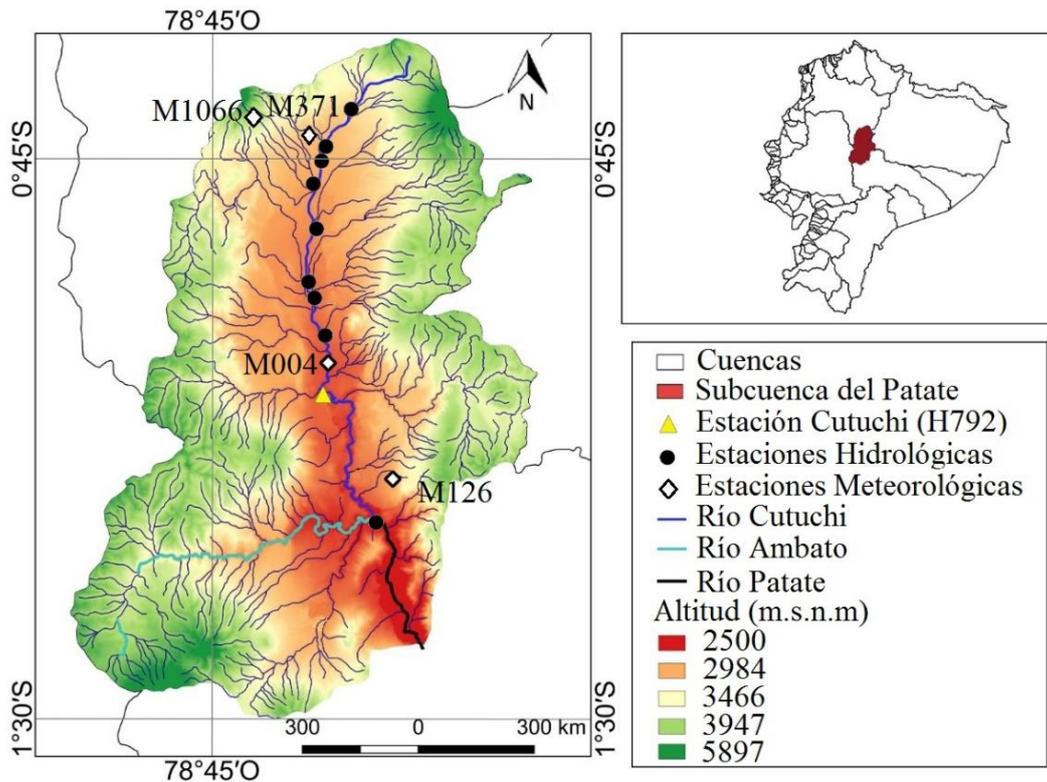
### 2.1. Área de estudio

El río Cutuchi nace de los deshielos del Cotopaxi, recorre de norte a sur, regando varias zonas agrícolas de la provincia de Cotopaxi ( $0.36^{\circ}\text{N}$ - $1^{\circ}23'\text{S}$  y  $78^{\circ}29'$ -  $78^{\circ}32'$ ), hasta unirse al río Ambato y formar el río Patate (**Figura 1**). La subcuenca del río Patate es parte de la cuenca del río Pastaza, afluente del Amazonas (SENAGUA, 2009). El río Cutuchi se encuentra ubicado entre las cordilleras Oriental y Occidental de los Andes del Ecuador (**Figura 1**), su longitud aproximada es de 91.74 km y la altitud varía desde los 2240 a los 4004 msnm. La zona de estudio alberga 28488 habitantes, que corresponde al 65,6% de la población de Cotopaxi (INEC, 2010). El déficit hídrico, la contaminación y la mala administración del agua son los principales problemas (Reyes, Galárraga, Abraham, 2005). Con base en el índice de stress poblacional existe un déficit de  $2.358\text{ m}^3/\text{hab}/\text{año}$  y la calidad ambiental del río es mala (Lara, 2005). Estos problemas se deben a la inexistencia de tratamiento de efluentes, deposición abierta de residuos urbanos y ausencia de obras de control y regulación del agua (Reyes et al., 2005).

### 2.2. Datos

Se han recopilado datos de caudales mensuales en diez estaciones hidrológicas a lo largo del río Cutuchi, procedentes del Instituto Nacional de Meteorología e Hidrología (INAMHI) (**Figura 1**). Para asegurar la mayor disponibilidad de datos consecutivos y menor porcentaje de datos faltantes,

se seleccionó la estación Cutuchi A.J. Yanayacu (H792) (**Figura 1**), para un periodo en común de 25 años (1990-2014). También, se consideró información de precipitación de cinco estaciones meteorológicas (**Tabla 1**).



**Figura 1.** Localización del río Cutuchi, su altitud y distribución de las estaciones meteorológicas (rombos), hidrológicas (círculos negros) y la estación Cutuchi A.J. Yanayacu (triángulo amarillo)

**Tabla 1.** Características de las estaciones meteorológicas (M) e hidrológicas (H): nombre, código, ubicación geográfica y porcentaje de datos faltantes.

Nombre de la estación	Código	Latitud	Longitud	Altitud	% Datos faltantes
		(°S)	(°O)	msnm	
Cutuchi A.J. Yanayacu	H792	-1,07	-78,60	2582	3,0
Rumipamba-Salcedo	M004	-1,02	-78,59	2685	1,7
Patate	M126	-1,18	-78,51	2220	31,7
Cusubamba	M369	-1,07	-78,70	3175	11,4
Pastocalle	M371	-0,72	-78,63	3074	16,3
Cotopilalo INAMHI-CESA	M1066	-0,68	-78,70	3250	10,0

Fuente: los autores

### 2.3. Análisis exploratorio de datos y estimación de datos faltantes (AED)

Los datos de caudal y precipitación en la ingeniería y gestión de los recursos hídricos deben cumplir con los siguientes supuestos: estacionalidad, consistencia, homogeneidad e independencia. Por ello se aplicó el AED, este análisis estadístico permite determinar tendencias y/o cambios en los datos

hidrometeorológicos. El uso de la información sin previa evaluación de su consistencia, estructura y homogeneidad, establece un enfoque de caja negra que aumenta el grado de incertidumbre en la validez de los resultados de cualquier experimentación (Lobo, 2004). El porcentaje de datos faltantes de caudal para el periodo 1990 al 2014 fue menor al 10% (**Tabla 1**), información que fue estimada por el método de la media aritmética (Moran, 1989). La evaluación de la homogenización y validación de datos de precipitación de las seis estaciones meteorológicas se ejecutó por el método del vector regional (MVR), mediante el software Hydraccess disponible en <https://hybam.obs-mip.fr/es/website-under-development-3> (Vauchel, 2005), esta metodología ya fue validada para esta zona (Ilbay, Fonseca, Quichimbo, Lara, Tiche, 2017).

## 2.4. Régimen hidrológico

Se analizó las series de datos mensuales medios de caudales desde el año 1990 al 2014, para determinar periodos de avenida y estiaje. Se denomina avenida o crecida a la elevación de un curso de agua significativamente mayor o que supera el flujo promedio del mismo, en cambio el período de estiaje se considera al caudal medio mínimo o que se encuentra por debajo del flujo medio interanual (Alcázar, 2007). También, se identificaron los meses con mayor y menor precipitación en el área de estudio. Finalmente se analizó la variabilidad interanual de la precipitación y caudal mediante el coeficiente de variación anual (CV).

## 2.5. Determinación del caudal ecológico (Q<sub>e</sub>)

### 2.5.1. Método de curva de permanencia de los caudales

También conocida como la curva de duración de caudales, es una técnica para visualizar el rango completo de caudales mínimos y máximos registrados (Smakhtin, 2001), mediante un hidrograma que se deriva del hidrograma del flujo total de la corriente mediante diversas técnicas de separación de flujo base (Hall, 1968). A partir de datos diarios de caudales mensuales se realiza la curva, tal caudal es igualado o excedido al 90% del tiempo de observación (Q<sub>90</sub>), estimándose el caudal ecológico como el 5% del caudal igualado (ecuación 1) (Silveira y Silveira, 2001).

$$Q_E = 0,05 * (Q_{90}) \quad (1)$$

donde, Q<sub>e</sub> es el caudal ecológico y Q<sub>90</sub> es el Caudal igualado al 90%.

### 2.5.2. Método Suizo

Este método matemático se basa en la legislación suiza, la cual indica un cálculo de caudales de estiaje para 374 días por año (Q<sub>374</sub>) (Mayo, 2000), para obtener el valor de Q<sub>374</sub>, se propone la ecuación 2.

$$Q_{374} = \frac{(a_0 * Q_m)}{10} \quad (2)$$

donde,  $Q_{374}$  es el caudal excedido a 374 días,  $Q_m$  es el caudal medio anual y  $a_0$  coeficiente que toma los valores de 0,5; 1,0; 1,5 y 1,8.

Para la determinación del caudal ecológico por el método suizo se aplicó la ecuación 3, que permite calcular el caudal mínimo a partir de un caudal que circula como mínimo durante trescientos días al año:

$$Q_e = \frac{15 * Q_{347}}{(\ln Q_{347})^2} \quad (3)$$

donde,  $\ln Q_{374}$  es el logaritmo natural del caudal excedido a 374 días.

### 2.5.3. Método Tennat o Montana

Es una metodología fácil y rápida, para proteger recursos acuáticos en corrientes de agua templada y fría, en función del caudal promedio, desarrollado por Tennant (1976) y USFWS (Servicio de Pesca y Vida Silvestre de los Estados Unidos) y fue considerada sobre una base relativamente amplia de hábitats, condiciones hidráulicas y biológicas. Este modelo se fundamenta en diferentes proporciones del flujo de agua promedio anual, vinculadas a diferentes condiciones ecológicas durante diferentes estaciones (**Tabla 2**). Se usa básicamente en corrientes que no tienen estructuras de regulación como represas, diques u otras modificaciones en el cauce (Zalucki y Arthington, 1998). Este método es muy utilizado con éxito en arroyos en todo Estados Unidos y en otras partes del mundo (Aguilar-Robledo, 2009; Bradford y Heinonen, 2008; Brown et al., 2016; Díez-Hernández, 2005; Rantz, 1964 y Santacrus de León).

**Tabla 2.** Regímenes de caudal continuo para peces, vida silvestre, recreación y recursos ambientales relacionados.

Base de conservación	Régimen fluvial	
	Oct - Mar (%)	Abr-Sept (%)
Máximo	200	200
Óptimo	60 a 100	60 a 100
Excepcional	40	60
Excelente	30	50
Bueno	20	40
Justo	10	30
Mínimo o Pobre	10	10
Degradación severa	10	10

Fuente: Tennant, 1976

### 2.5.4. Método de Rafael Heras

El método de Rafael Heras (1976) considera al caudal ecológico como el análisis del flujo en los períodos de sequía extrema. Se estima en primer lugar el caudal promedio (ecuación 4), de tres meses consecutivos de caudal mínimo.

$$Q_m = \frac{\sum_{i=1}^{n=3} Q_{\min}}{3} \quad (4)$$

Donde,  $Q_m$  es el caudal promedio y  $Q_{\min}$  caudal mínimo de tres meses consecutivos.

El caudal ecológico se calcula mediante la ecuación 5, que representa el 20% del caudal promedio ( $Q_m$ ).

$$Q_e = 0.20 * Q_m \quad (5)$$

### 2.5.5. Método Referencial-Legislación Peruana

El caudal ecológico referencial se define como el caudal al 95% de persistencia  $Q_{(95)}$ ; este se obtiene a partir de cada serie de datos medios mensuales, de una serie histórica de por lo menos 20 años. El procedimiento de cálculo se detalla a continuación:

- Ordenar la serie de caudales medios de mayor a menor, donde cada columna, representa los datos correspondientes a un mes específico.
- En una columna a la derecha de las series de datos, se coloca el número de orden de cada dato empezando desde 1 hasta “n”, donde n es el número de datos de caudales medios.
- En otra columna a la derecha de la columna anterior, calcular la probabilidad  $p = m/N * 100$ .
- Calcular los datos que corresponden  $Q_{(95)}$  si en la columna de probabilidades, no se encuentra un valor exacto al 95%, se deberá interpolar los valores adyacentes (Autoridad Nacional del Agua, 2016).

### 2.5.6. Análisis comparativo

Se realizó el análisis de varianza (ANOVA) de los métodos de determinación de caudales ecológicos y de la legislación ecuatoriana ( $Q_{10\%}$ ), previo el análisis de homogenización de las varianzas de los errores. Para determinar el mejor método dentro de este estudio se aplicó la prueba de Tukey al 5%.

## 2.6. Análisis de tendencias

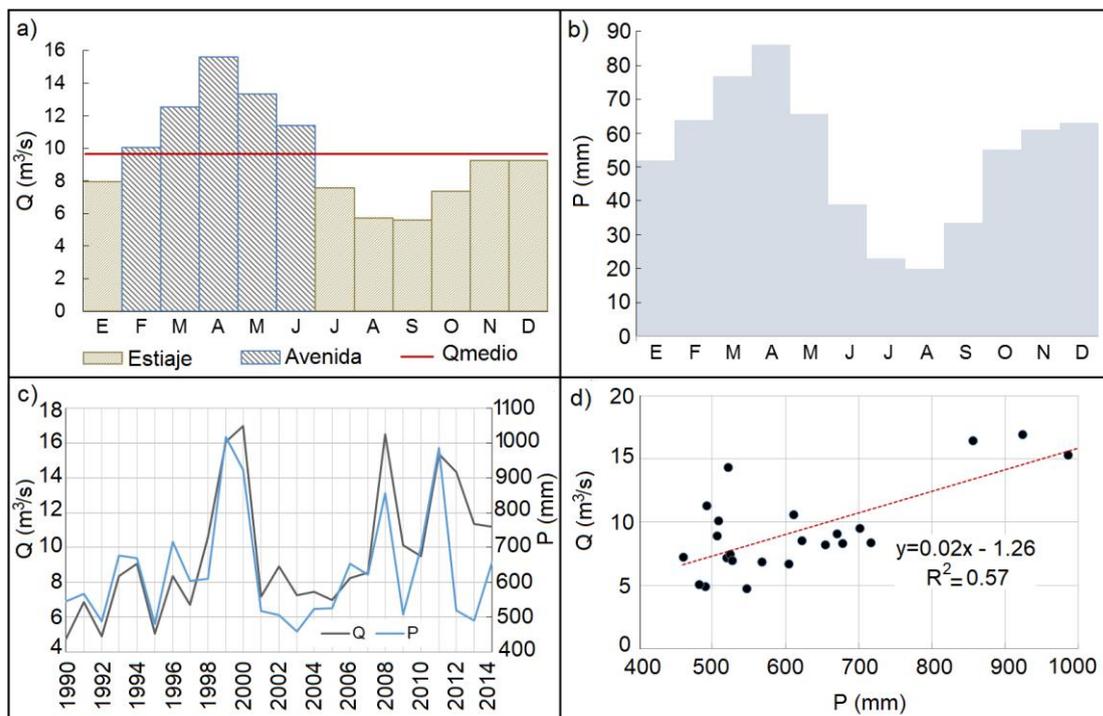
Para detectar tendencias significativas en los datos de series anuales de precipitación y caudal, se utilizó la prueba estadística no paramétrica de Mann-Kendall (Mann, 1945; Kendall, 1975) a través de tres niveles de significancia (0,1; 0,5; 0,01). La prueba de Mann-Kendall es robusta cuando los valores difieren de la “normalidad” y es menos sensible a datos atípicos, es decir no se ven afectada

por la distribución real de los datos (Güçlü, 2018; Hamed, 2009). Esta prueba se ha utilizado ampliamente para evaluar tendencias en series de precipitación (Güçlü, 2018; Hamed, 2009; Irannezhad, Ronkanen, Kiani, Chen, Kløve, 2017; Zeleňáková et al., 2016) y concentración de las precipitaciones (Ilbay, Zubieta, Lavado, 2019; Valdés-Pineda et al., 2016). También, se realizó el análisis de tendencias para series anuales y periodos estacionales en el flujo del río Cutuchi.

### 3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

#### 3.1. Régimen hidrológico del río Cutuchi

Para el periodo 1990-2014 (25 años) el caudal promedio anual fue  $9,64 \text{ m}^3/\text{s}$ , desviación estándar anual de  $\pm 3,63 \text{ m}^3/\text{s}$  y su distribución interanual considerando este promedio fue bimodal: una época de avenida que va de febrero a junio (FMAMJ), y otra de estiaje de julio a enero (JASONDE). Siendo mayo el mes que presentó el mayor caudal medio ( $15,61 \text{ m}^3/\text{s}$ ) y agosto el mínimo ( $5,61 \text{ m}^3/\text{s}$ ) (**Figura 2a**). En el río Cutuchi entre las coordenadas  $1,07^\circ\text{S}$  y  $78,6^\circ\text{O}$  el caudal máximo observado para un periodo de 25 años fue  $40,9 \text{ m}^3/\text{s}$  en mayo del año 2000 y el mínimo ( $2,72 \text{ m}^3/\text{s}$ ) fue en agosto de año 1990. De igual manera la precipitación mostró dos picos (bimodal), que va de febrero - mayo, seguida de otro pico menor de lluvia (octubre-diciembre) y una época seca (junio-septiembre) (**Figura 2b**), debido al ingreso alterno de masas de aire del Pacífico y las masas de aire amazónico (Buytaert, Celleri, Willems, Bièvre, Wyseure, 2006).



**Figura 1.** Regímenes de a) caudal; b) precipitación mensual; c) distribución anual del caudal y precipitación; d) Correlación de la precipitación y caudal para el periodo 1990 a 2014.

En la zona de estudio se encontró una gran variabilidad anual de caudal y precipitación ( $CV > 0,3$ ), con picos para los años 1999-2000, 2008 y 2011 (**Figura 2 c**), estos máximos valores no coinciden con el fenómeno de El Niño, porque la lluvia extrema en los Andes del Ecuador está débilmente asociada a este evento (Rossel, Cadier, Gómez, 1996). En algunos años del fenómeno de El Niño coinciden con las precipitaciones medias (1997-98; 2014) e incluso déficit (2002-03; 2009-10) (**Figura 2 c**). Sin embargo, los valores extremos anuales pueden verse afectados por el Dipolo del Atlántico Sur, al ser una cuenca perteneciente al Amazonas (Nnamchi, Li, Anyadike, 2011).

La correlación entre precipitaciones y caudales anuales es significativa, donde la precipitación explica al menos el 75% de los caudales registrados ( $p < 0,01$ ), con un coeficiente de determinación 0,57 (**Figura 2 d**), es decir, los años con altas precipitaciones se evidencia un mayor flujo en el río Cutuchi. No obstante, la bondad de ajuste del modelo estadístico no es la adecuada ( $R^2 < 0,7$ ), al ser un río que nace del volcán Cotopaxi la fluctuación del caudal puede estar influenciado por una mayor fusión de nieve en periodos secos y una mayor cantidad de nieve acumulada durante años húmedos (Infante, Salomón, Guisasola, Delgado, 2018).

## 3.2. Caudal ecológico del río Cutuchi

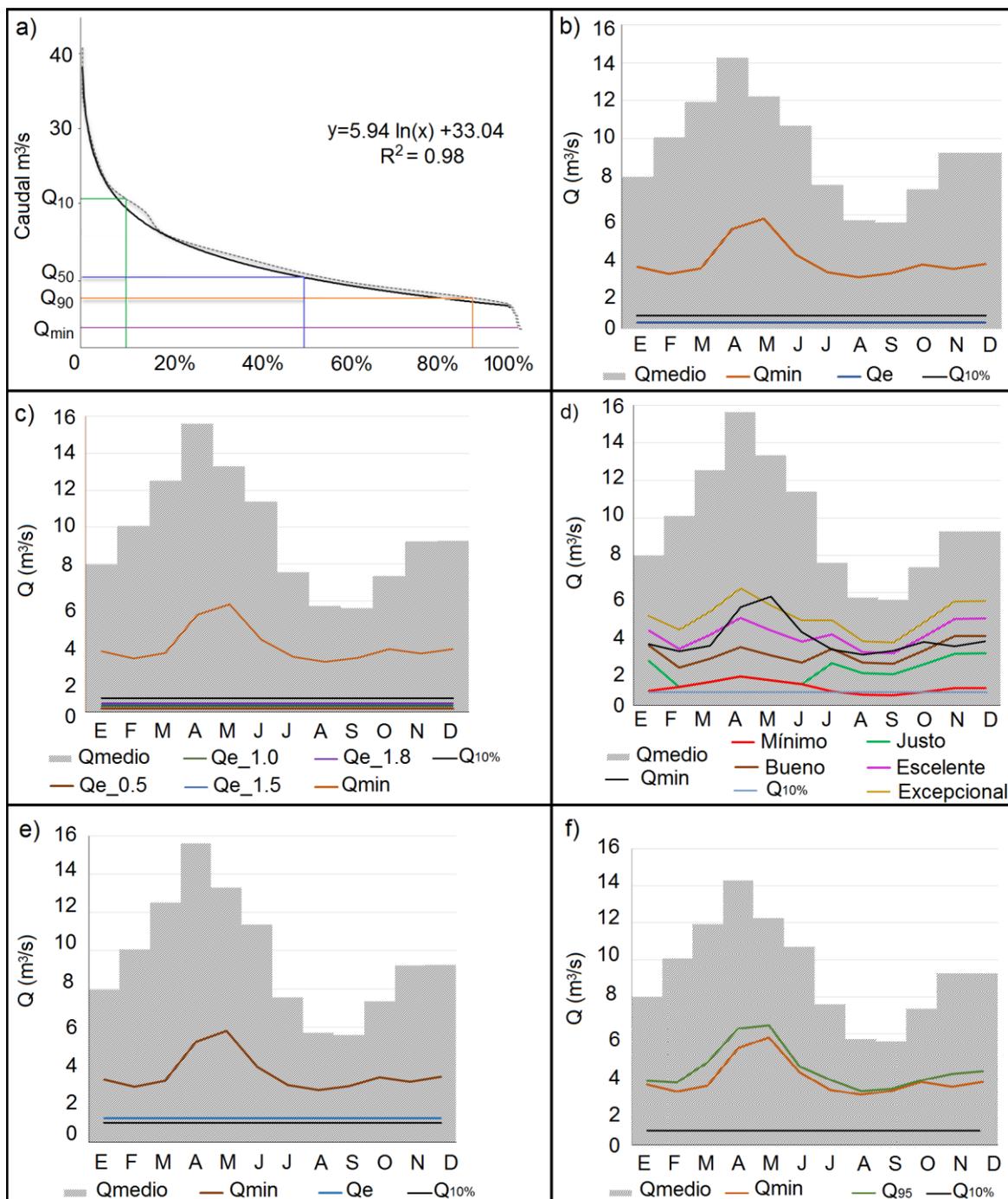
### 3.2.1. Curva de permanencia de caudales

La curva de duración en el tramo inicial del río Cutuchi tiene una pendiente pronunciada, este resultado sugiere, que los mayores caudales se concentran en periodos cortos (marzo-mayo) (**Figura 3**), típica de una cuenca montañosa. La curva se ajusta al modelo logarítmico ( $R^2 = 0,98$ ). El caudal ecológico al 5% de  $Q_{90}$ , fue  $0,33 \text{ m}^3/\text{s}$  (**Figura 3b**), donde  $6,63 \text{ m}^3/\text{s}$  (**Figura 3a**) es excedido o igualado en el 90% del tiempo de observación (Benetti et al., 2003). El caudal de  $0,33 \text{ m}^3/\text{s}$  es muy inferior al caudal mínimo observado en los 25 años, esto podría provocar impactos negativos en la flora y fauna acuática del río Cutuchi. Esto se debe a la desventaja que presentan estos modelos, porque carecen de relevancia biológica y producen flujos bajos y estáticos que no reflejan la variabilidad en el flujo.

### 3.2.2. Método suizo

El caudal estimado a 347 días del año, en el río Cutuchi, para los diferentes coeficientes descritos en la sección 2.5.3 fue: 0,48; 0,96; 1,45 y  $1,73 \text{ m}^3/\text{s}$ ; a partir de los cálculos anteriores se obtuvo un caudal ecológico de 0,19; 0,31; 0,41 y  $0,47 \text{ m}^3/\text{s}$ , respectivamente. Se observó que los cuatro caudales ecológicos no superan al caudal medio del mes más seco (**Figura 3c**). Estos resultados también fueron encontrados por Mayo (2000), donde el caudal ecológico generado a través de la metodología suiza

fue establecido como insuficiente para cubrir la anchura media del cauce y una lámina de agua con profundidad suficiente aun para los peces de menor tamaño.



**Figura 2.** Caudal ecológico: a) Curva de duración de caudales por los métodos: b) curva de permanencia de caudales, c) suizo, d) Tennant, e) Rafael Heras, f) Referencial y su comparación con el caudal al 10% (Legislación ecuatoriana).

### 3.2.3. Método de Tennant

Se determinó que el caudal ecológico mensual corresponde a las bases de conservación, desde mínimo (10%) a sobresaliente (40-60%) (**Figura 3d**). Tennant (1976) recomienda los rangos de justo a excelente, porque estos tres regímenes cubrirán un rango de flujo para proteger el medio ambiente natural en la mayoría de las corrientes. El caudal ecológico seleccionado en este estudio fue el rango de bueno, es decir 20% y 40% del caudal medio anual para época de avenidas y estiaje respectivamente. Los caudales ecológicos mensuales para el estándar bueno están muy cercanos al caudal mínimo (**Figura 3d**), esto permitirá mantener la supervivencia para la mayoría de las formas de vida acuáticas, donde el ancho, profundidad y velocidad serán generalmente satisfactorios (Tennant, 1976). Sin embargo, el caudal excelente y excepcional se encuentra por encima del caudal mínimo del río.

#### 3.2.4. Método Rafael Heras

A través del análisis de datos se demostró que los caudales menores o críticos se ubicaron en los meses de agosto con 5,75 m<sup>3</sup>/s, septiembre con 5,61 m<sup>3</sup>/s y octubre con 7,35 m<sup>3</sup>/s para el período 1990 – 2014, a su vez estos presentan un valor promedio de 6,23 m<sup>3</sup>/s. El caudal ecológico por el método de Rafael Heras fue de 1,25 m<sup>3</sup>/s. Al comparar el caudal por este método y el caudal mínimo observado para los 25 años de estudio (**Figura 3e**), se puede notar que en todos los meses, sus valores son inferiores, esto podría crear conflictos para la conservación de las características hidrológicas del río.

#### 3.2.5. Método Referencial -Legislación Peruana

La normativa peruana establece un nivel de protección de los cauces basado en el cálculo del caudal ecológico o mínimo al 95%. En la **Figura 3f** el caudal ecológico (Q<sub>e</sub>), no supera los meses al caudal mínimo, observado para el río Cutuchi para el periodo establecido (1990–2014). Estos resultados, evidencia que el Q<sub>e</sub> por este método podría garantizar las particularidades del río.

Comparando los resultados de los cinco métodos con el caudal ecológico establecido al 10% del caudal medio mensual multianual (0,96 m<sup>3</sup>/s), se pudo evidenciar (**Figura 3**) que dicho flujo fue inferior al caudal establecido por el método de Tennant (**Figura 3d**), Rafael Heras (**Figura 3e**) y Referencial (**Figura 3f**) y superior al método de la curva de permanencia y el suizo (**Figura 3b y 3c**).

#### 3.2.6. Análisis comparativo

El análisis de varianza (**Tabla 3**) muestra que hubo diferencias altamente significativas ( $p \leq 0,01$ ) para los métodos de determinación de caudales en el río Cutuchi.

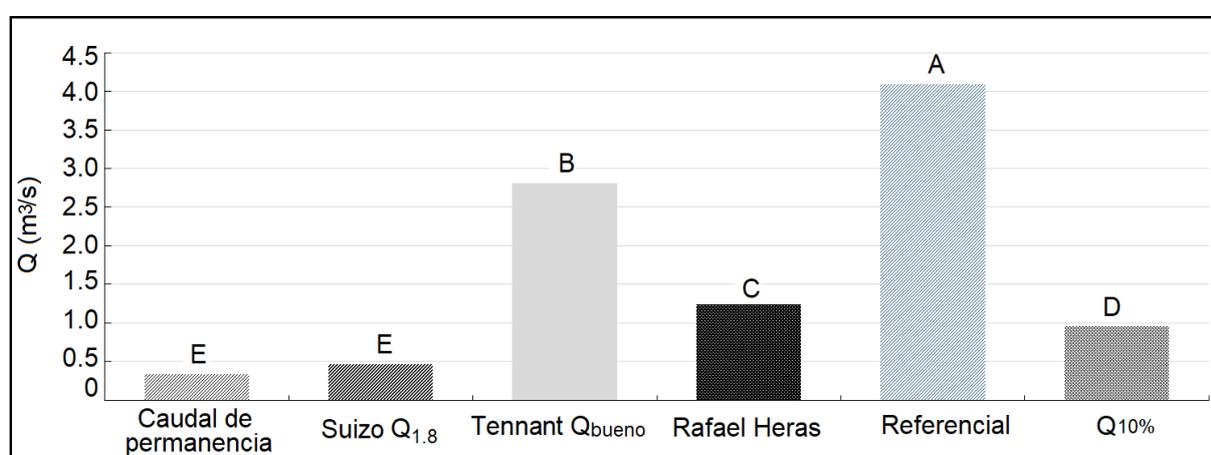
**Tabla 1.** Cuadrado medio del Análisis de varianza de los métodos de determinación de caudales.

Fuentes de variación	GL	CM
Métodos de determinación de caudal	5	26,55 **
Error	66	0,28

\*\* nivel de probabilidad menor o igual a 0,01

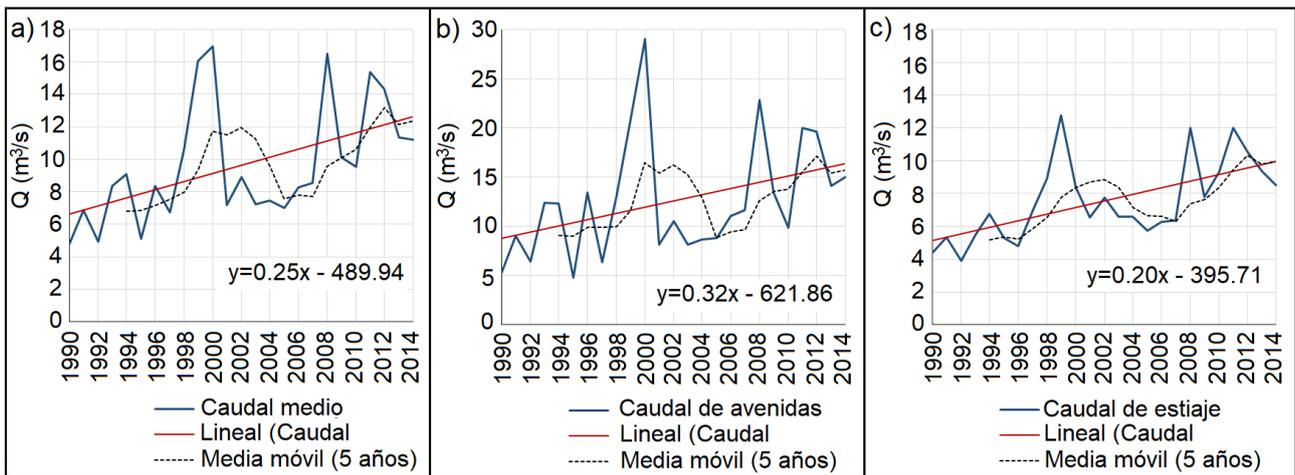
GL = grados de libertad, CM = cuadrado medio

La comparación de medias según la prueba de Tukey al 5%, considerando caudales con ancho, profundidad y velocidad adecuada para la sobrevivencia de la vida acuática determinó cinco grupos de métodos (**Figura 4**). El mejor resultado fue para el método referencial-legislación Peruana ( $\bar{X} = 4,09 \text{ m}^3/\text{s}$ ) y los métodos de curva de permanencia de caudales ( $\bar{X} = 0,335 \text{ m}^3/\text{s}$ ) y el Suizo ( $\bar{X} = 0,468 \text{ m}^3/\text{s}$ ) con valores menos apreciables.

**Figura 3.** Comparación de medias según Tukey 5% para los métodos de determinación de caudales.

### 3.3. Análisis de tendencias

La prueba estadística Mann-Kendall, reveló una tendencia de incremento significativo ( $P < 0,01$ ) para el caudal anual (**Figura 5a**) y estacional (avenida y estiaje) (**Figura 5b y 5c**), para 25 años (1990-2014), es decir que existe un aumento del flujo de agua en el río Cutuchi, estación H792. El incremento del caudal puede estar relacionado con el proceso de desglaciación (Pizarro, Cabrera, Morales, Flores, 2011) En el Ecuador la pérdida de la cobertura glacial ha experimentado importantes cambios, en el caso del volcán Cotopaxi se reportó una pérdida del 30% aproximadamente para el año 1997 y 40% para el año 2006 (Cáceres, 2010). Otra razón por la que el caudal pudo incrementarse, podría ser por el aumento de las precipitaciones en regiones ubicadas al noroeste de la cuenca del Amazonas (Callède et al., 2004). Sin embargo, todas las estaciones de precipitación no muestran una tendencia significativa, para valores anuales y estacionales.



**Figura 4.** Series de a) caudal media anual, b) periodo de avenidas y c) estiaje, con tendencia significativas en el río Cutuchi al 99% de nivel de significancia para el periodo 1990-2014.

#### 4. CONCLUSIONES

El estudio de la caracterización del río Cutuchi permitió identificar dos periodos: avenida (FMAMJ) y estiaje (JASONDE) y una gran variabilidad interanual; el régimen del caudal responde a la distribución de las precipitaciones. También se evidenció que el caudal anual y estacional presentaron cambios o tendencias significativas ( $p < 0,01$ ) entre los años 1990 y 2014. Sin embargo, se recomienda el análisis para un periodo mayor y así, establecer tendencias claras de incremento del caudal. La precipitación por sí sola, no pudo explicar dicho aumento, siendo necesario abarcar el estudio de otros factores como la desglaciación.

Al comparar los cinco métodos de la determinación de caudales ecológicos con el caudal establecido al 10% del caudal medio mensual multianual, señalado en la transitoria sexta del reglamento de la ley ecuatoriana, se evidenció que el método Referencial-legislación Peruana, seguido del método de Tennant para una base de conservación buena, permiten la sobrevivencia de la vida acuática debido a que el ancho, profundidad y velocidad del flujo son adecuadas. Además, es importante asegurar en la época de estiaje el caudal ecológico estimado y estos dos métodos lograron superar el caudal mínimo mensual observado en 25 años.

Considerar el 10% del caudal multianual en un río de gran variabilidad interanual como el río Cutuchi podría conducir al desagüe completo en años de baja escorrentía e impactos ecológicos severos (Bunn, Thoms, Hamilton, Capon, 2006; Hamilton, Bunn, Thoms, Marshall, 2005).

#### 5. REFERENCIAS

- Alcázar, A. (2007). El Método del Caudal Básico para la determinación de Caudales de Mantenimiento Aplicación a la Cuenca del Ebro. España: tesis doctoral. Recuperado de: <https://www.tdx.cat/bitstream/handle/10803/8236/Tjaml1d1.pdf?sequence=1>
- Arthington, A., Bunn, S. Poff, N., & Naiman, R. (2006). The challenge of providing environmental flow rules to sustain river ecosystems. *Ecological Applications*, 16(4), 1311-1318. [https://doi.org/10.1890/1051-0761\(2006\)016\[1311:TCOPEF\]2.0.CO;2](https://doi.org/10.1890/1051-0761(2006)016[1311:TCOPEF]2.0.CO;2)
- Autoridad Nacional del Agua (ANA). (2016). Informe Técnico N° 037-2016-ANA-DCPRH-ERH-CLI/FCC de la Dirección de Conservación y Planeamiento de Recursos Hídricos. Resolución Jefatura N°154-2016-ANA. Recuperado de: <http://extwprlegs1.fao.org/docs/pdf/per158976anx.pdf>
- Benetti, A., Lanna, E., and Salet, M. (2003). Metodologias para Determinação de Vazões Ecológicas em Rios. *Revista Brasileira de Recursos Hídricos*, 8(2), 149-160. <https://doi.org/10.21168/rbrh.v8n2.p149-160>
- Bradford, M. J., Heinonen, J. S. (2008). Low Flows, Instream Flow Needs and Fish Ecology in Small Streams. *Canadian Water Resources Journal*, 33(2), 165–180. <https://doi.org/10.4296/cwrj3302165>
- Brierley, G., Reid, H., Fryirs, K., & Trahan, N. (2010). What are we monitoring and why? Using geomorphic principles to frame eco-hydrological assessments of river condition. *Science of The Total Environment*, 408(9), 2025–2033. <https://doi.org/10.1016/j.scitotenv.2010.01.038>
- Brown, O., Gallardo, Y., Williams, P., Torre, Y. (2016). Caudal ecológico del río Chambas en la provincia Ciego de Ávila. *Ingeniería Hidráulica y Ambiental*, 37(1), 58-71. Recuperado de: [http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1680-03382016000100005&lng=es&tlng=es](http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1680-03382016000100005&lng=es&tlng=es)
- Bunn, S. E., Thoms, M. C., Hamilton, S. K., Capon, S. J. (2006) Flow variability in dryland rivers: boom, bust and the bits in between. *River Res. Applic.*, 22(2), 179–186. <https://doi.org/10.1002/rra.904>
- Buytaert, W., Celleri, R., Willems, P., Bièvre, B.D., Wyseure, G. (2006). Spatial and temporal rainfall variability in mountainous areas: A case study from the south Ecuadorian Andes. *Journal of Hydrology*, 329(3-4), 413–421. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2006.02.031>
- Cáceres, B. (2010). Actualización del inventario de tres casquetes glaciares del Ecuador. Informe de Pasantía de Investigación en Université Nice Sophia Antipolis. Recuperado de: [https://www.researchgate.net/publication/280637393\\_Actualizacion\\_del\\_inventario\\_de\\_tres\\_casquetes\\_glaciares\\_del\\_Ecuador](https://www.researchgate.net/publication/280637393_Actualizacion_del_inventario_de_tres_casquetes_glaciares_del_Ecuador)
- Callède, J., Guyot, J. L., Ronchail, J., L'Hôte, Y., Niel, H., & Oliveira, E. (2004). Evolution du débit de l'Amazone à Obidos de 1903 à 1999/Evolution of the River Amazon's discharge at Óbidos from 1903 to 1999. *Hydrological Sciences–Journal*, 49(1), 85-97. <https://doi.org/10.1623/hysj.49.1.85.53992>
- Cote, D. (2007). Measurements of salmonid population performance in relation to habitat in eastern Newfoundland streams. *Journal of Fish Biology* 70(4), 1134–1147. <https://doi.org/10.1111/j.1095-8649.2007.01384.x>
- Davies, P. M. (2010). Climate Change Implications for River Restoration in Global Biodiversity Hotspots. *Restoration Ecology* 18(3), 261–268. <https://doi.org/10.1111/j.1526-100X.2009.00648.x>
- Díez-Hernández, J. M. (2005). Bases metodológicas para el establecimiento de caudales ecológicos en el ordenamiento de cuencas hidrográficas. *Ingeniería y Competitividad*, 7(2), 11-18. Recuperado de: <https://www.redalyc.org/pdf/2913/291323478002.pdf>
- Güçlü, Y. S. (2018). Multiple Şen-innovative trend analyses and partial Mann-Kendall test. *Journal of Hydrology*, 566, 685–704. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2018.09.034>
- Hall, F. R. (1968). Base-Flow Recessions-A Review. *Water Resour. Res.*, 4(5), 973–983. <https://doi.org/10.1029/WR004i005p00973>
- Hamed, K. H. (2009). Exact distribution of the Mann–Kendall trend test statistic for persistent data. *Journal of Hydrology*, 365(1-2), 86–94. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2008.11.024>
- Hamilton, S. K., Bunn, S. E., Thoms, M. C., Marshall, J. C. (2005). Persistence of aquatic refugia between flow pulses in a dryland river system (Cooper Creek, Australia). *Limnol. Oceanogr.*, 50(3), 743–754. <https://doi.org/10.4319/lo.2005.50.3.0743>
- Heras, R. (1976). Hidrología y recursos hidráulicos. Dirección General de Obras Hidráulicas - Centro de Estudios Hidrográficos, Madrid.
- Hughes, D. A., Hannart, P. (2003). A desktop model used to provide an initial estimate of the ecological instream flow requirements of rivers in South Africa. *Journal of Hydrology*, 270(3-4), 167–181. [https://doi.org/10.1016/S0022-1694\(02\)00290-1](https://doi.org/10.1016/S0022-1694(02)00290-1)
- Ilbay-Yupa, M. L., Fonseca Largo, K., Quichimbo Miguítama, A., Lara Landázuri, R., & Tiche Toasa, J. (2017). ESTIMACIÓN DE DATOS FALTANTES DE PRECIPITACIÓN EN LA SUBCUENCA DEL RÍO PATATE. *Revista Bases de la Ciencia*, 2(3), 37. [https://doi.org/10.33936/rev\\_bas\\_de\\_la\\_ciencia.v2i3.1079](https://doi.org/10.33936/rev_bas_de_la_ciencia.v2i3.1079)

- Ilbay-Yupa, M., Zubieta, R., Lavado-Casimiro, W. (2019). Regionalization of precipitation, its aggressiveness and concentration in the Guayas river basin, Ecuador. *La Granja*, 30(2), 57. <https://doi.org/10.17163/lgr.n30.2019.06>
- INEC (2010). Resultados del censo 2010 de población y vivienda en el Ecuador. Fascículo provincial Cotopaxi. Recuperado de: <https://www.ecuadorencifras.gob.ec/wp-content/descargas/Manu-lateral/Resultados-provinciales/cotopaxi.pdf>
- Infante, P., Salomón, M., Guisasaola, L., Delgado, J. (2018). Caudales ecológicos en el Río Grande. I Jornada de Divulgación de la Carrera de Ingeniería Civil. Facultad de Ingeniería. Universidad Nacional de Cuyo 1, 5. Recuperado de: [https://bdigital.uncuyo.edu.ar/objetos\\_digitales/11289/infante.pdf](https://bdigital.uncuyo.edu.ar/objetos_digitales/11289/infante.pdf)
- Irannezhad, M., Ronkanen, A.-K., Kiani, S., Chen, D., Kløve, B. (2017). Long-term variability and trends in annual snowfall/total precipitation ratio in Finland and the role of atmospheric circulation patterns. *Cold Regions Science and Technology*, 143, 23–31. <https://doi.org/10.1016/j.coldregions.2017.08.008>
- Jain, S. K. (2012). Assessment of environmental flow requirements. *Hydrological Processes*, 26(22), 3472–3476. <https://doi.org/10.1002/hyp.9455>
- Karr, JR. (1981). Evaluación de la integridad biótica utilizando comunidades de peces. *Pesca*, 6 (6), 21–27. [https://doi.org/10.1577/1548-8446\(1981\)006<0021:aobiuf>2.0.co;2](https://doi.org/10.1577/1548-8446(1981)006<0021:aobiuf>2.0.co;2)
- Kendall, M. G. (1975). Rank Correlation Methods. 4th ed. Griffin, London, UK.
- Kharrazi, A., Kraines, S., Hoang, L., Yarime, M. (2014). Advancing quantification methods of sustainability: A critical examination energy, exergy, ecological footprint, and ecological information-based approaches. *Ecological Indicators*, 37(A), 81–89. <https://doi.org/10.1016/j.ecolind.2013.10.003>
- King, J., Brown, C., Sabet, H. (2003). A scenario-based holistic approach to environmental flow assessments for rivers. *River Research and Applications*, 19 (5-6), 619–639. <https://doi.org/10.1002/rra.709>
- Lara, R. (2005). Páramo y contaminación. Recursos Hídricos y contaminación de la cuenca del río Cutuchi, Páramo. *Abya Yala [u.a.]*, Quito. Recuperado de: <https://biblio.flacsoandes.edu.ec/libros/digital/46426.pdf>
- Ley orgánica de recursos hídricos, usos y aprovechamiento del agua. (2014) Segundo Suplemento. Registro Oficial N° 305-Miércoles 6 de agosto de 2014 - 3. Recuperado de: <http://extwprlegs1.fao.org/docs/pdf/ecu165480.pdf>
- Lobo, D. (2004). Guía Metodológica para la delimitación del mapa de zonas áridas, semiáridas y subhúmedas secas de América Latina y el Caribe. Centro del Agua para Zonas Áridas y Semiáridas de América Latina y El Caribe – CAZALAC – UNESCO PHI – Gobierno de Flandes. Recuperado de: [https://www.researchgate.net/publication/261286799\\_GUIA\\_METODOLOGICA\\_PARA\\_LA\\_ELABORACION\\_DEL\\_MAPA\\_DE\\_ZONAS\\_ARIDAS\\_SEMIARIDAS\\_Y\\_SUBHUMEDAS\\_SECAS\\_DE\\_AMERICA\\_LATINA\\_Y\\_EL\\_CARIBE/link/0c96052d9882fb7ded000000/download](https://www.researchgate.net/publication/261286799_GUIA_METODOLOGICA_PARA_LA_ELABORACION_DEL_MAPA_DE_ZONAS_ARIDAS_SEMIARIDAS_Y_SUBHUMEDAS_SECAS_DE_AMERICA_LATINA_Y_EL_CARIBE/link/0c96052d9882fb7ded000000/download)
- Ma, D., Luo, W., Yang, G., Lu, J., Fan, Y. (2019). A study on a river health assessment method based on ecological flow. *Ecological Modelling* 401, 144–154. <https://doi.org/10.1016/j.ecolmodel.2018.11.023>
- Mann, H. B. (1945). Nonparametric tests against trend. *Econometrica* 13(3), 245–259. Recuperado de: <https://www.jstor.com/stable/1907187>
- Mayo, M. (2000). Determinación de regímenes de caudales ecológicos mínimos. España: tesis doctoral. Recuperado de: <http://oa.upm.es/667/1/07200013.pdf>
- Moir, H. J., Gibbins, C. N., Soulsby, C., Youngson, A. F. (2005). PHABSIM modelling of Atlantic salmon spawning habitat in an upland stream: testing the influence of habitat suitability indices on model output. *River Research and Applications*, 21(9), 1021-1034. <https://doi.org/10.1002/rra.869>
- Moran, W. (1989). Hidrología para estudiantes de ingeniería civil. CONCYTEC PUCP. 236 P. Recuperado de: <http://repositorio.pucp.edu.pe/index/bitstream/handle/123456789/28689/hidrologia.pdf>
- Mosley, M. P. (1982). Analysis of the effect of changing discharge on channel morphology and instream uses in a Braided River, Ohau River, New Zealand. *Water Resour. Res.*, 18(4), 800–812. <https://doi.org/10.1029/WR018i004p00800>
- Nnamchi, H. C., Li, J., Anyadike, R. N. C. (2011). Does a dipole mode really exist in the South Atlantic Ocean? *J. Geophys. Res.*, 116(D15), 104. <https://doi.org/10.1029/2010JD015579>
- Pang, B., Xu, Z. X., Wu, W. (2012). Estimation of the ecological base flow of Wei River in Shaanxi province. *Procedia Environmental Sciences*, 13, 1559–1568. <https://doi.org/10.1016/j.proenv.2012.01.148>
- Pizarro-Tapia, R., Cabrera-Jofre, C., Morales-Calderón, C., Flores-Villanelo, J. P. (2011). Variación temporal de las precipitaciones y caudales en la cuenca del Maipo, y la potencial influencia glaciar en la producción de agua (1963-2006). *Tecnología y ciencias del agua*, 2(3), 5-19. Recuperado de: [http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S2007-24222011000300001](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2007-24222011000300001)
- Poff, N., Allan, J. D., Bain, M., Karr, J., Prestegard, K., Richter, B., Sparks, R., Stromberg, J. (1997). The Natural Flow Regime: A Paradigm for River Conservation and Restoration. *Bioscience*, 47(11). Recuperado de:

<https://www.researchgate.net/publication/247932778> The Natural Flow Regime A Paradigm for River Conservation and Restoration

- Rantz, S. E. (1964). Stream hydrology related to the optimum discharge for King Salmon spawning in the northern California coast ranges (Report No. 1779AA), Water Supply Paper. <https://doi.org/10.3133/wsp1779AA>
- Reyes, D., Galárraga, R., Abraham, E. (2005). Determinación Ecológica de un organismo de cuenca en la Serranía ecuatoriana. Caso de estudio: la Cuenca del Río Cutuchi. V Foro Centroamericano y del Caribe de cuencas hidrográficas desarrollo de cuencas hidrográficas. Recuperado de: [http://www.asicprimerazona.com.ar/asic/publicaciones/determinacion\\_ecohidrologica.pdf](http://www.asicprimerazona.com.ar/asic/publicaciones/determinacion_ecohidrologica.pdf)
- Richter, B. D., Baumgartner, J. V., Braun, D. P., Powell, J. (1998). A spatial assessment of hydrologic alteration within a river network. *Regulated Rivers: Research & Management*, 14(4), 329–340. [https://doi.org/10.1002/\(sici\)1099-1646\(199807/08\)14:4<329::aid-rrr505>3.0.co;2-e](https://doi.org/10.1002/(sici)1099-1646(199807/08)14:4<329::aid-rrr505>3.0.co;2-e)
- Rossel, F., Cadier, E., Gómez, G. (1996). Las Inundaciones en la zona costera ecuatoriana: causas; obras de protección existentes y previstas. *Bull. Inst. fr. études andines*, 25(3), 399-420. Recuperado de: [https://horizon.documentation.ird.fr/exl-doc/pleins\\_textes/divers14-12/010011839.pdf](https://horizon.documentation.ird.fr/exl-doc/pleins_textes/divers14-12/010011839.pdf)
- Rojas, J. (2017). Tiempos de Avenida y Estiaje. SCRIB, 1. SCRIB. [Online] 1. Recuperado de: <https://es.scribd.com/document/348890332/Tiempos-de-Avenida-y-Estiaje>
- Santacrus de León, G., & Aguilar-Robledo, M. (2009). Estimación de los caudales ecológicos en el río Valles con el método Tennant. *Hidrobiológica*, 19(1), 25-32. Recuperado de: [http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0188-88972009000100004&lng=es&nrm=iso](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0188-88972009000100004&lng=es&nrm=iso). ISSN 0188-8897.
- SENAGUA (2009). Delimitación y codificación de unidades hidrográficas del Ecuador escala 1:250000. Quito, Ecuador. Recuperado de: [http://app.sni.gob.ec/sni-link/sni/PORTAL\\_SNI/PORTAL/IG/7\\_delimitacion\\_codificacion\\_metodologia\\_pfafstetter.pdf](http://app.sni.gob.ec/sni-link/sni/PORTAL_SNI/PORTAL/IG/7_delimitacion_codificacion_metodologia_pfafstetter.pdf)
- Silveira, L. A., Silveira, L. G. (2001). Caudales mínimos. Gestión de pequeñas cuencas hidrográficas. Hidrología Aplicada. Editorial ABRH, ISSN 0104-1169, Porto Alegre, Brasil.
- Smakhtin, V. U., (2001). Low flow hydrology: a review. *Journal of Hydrology* 240(3-4), 147–186. [https://doi.org/10.1016/S0022-1694\(00\)00340-1](https://doi.org/10.1016/S0022-1694(00)00340-1)
- Tennant, D. L. (1976). Instream Flow Regimens for Fish, Wildlife, Recreation and Related Environmental Resources. *Fisheries* 1, 6–10. [https://doi.org/10.1577/1548-8446\(1976\)001<0006:IFRFFW>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1577/1548-8446(1976)001<0006:IFRFFW>2.0.CO;2)
- Valdés-Pineda, R., Pizarro, R., Valdés, J.B., Carrasco, J.F., García-Chevesich, P., Olivares, C. (2016). Spatio-temporal trends of precipitation, its aggressiveness and concentration, along the Pacific coast of South America (36–49°S). *Hydrological Sciences Journal*, 61(11), 2110–2132. <https://doi.org/10.1080/02626667.2015.1085989>
- Vauchel, P. (2005). Hydraccess: Logiciel de gestion et traitement de données hydro météorologiques, version 2.1.4. Recuperado de: river ecosystems. *Ecological Applications*, 16(4), 1311-1318. [https://doi.org/10.1890/1051-0761\(2006\)016\[1311:TCOPEF\]2.0.CO;2](https://doi.org/10.1890/1051-0761(2006)016[1311:TCOPEF]2.0.CO;2)
- Autoridad Nacional del Agua (ANA). (2016). Informe Técnico N° 037-2016-ANA-DCPRH-ERH-CLI/FCC de la Dirección de Conservación y Planeamiento de Recursos Hídricos. Resolución Jefatura N°154-2016-ANA. Recuperado de: <http://extwprlegs1.fao.org/docs/pdf/per158976anx.pdf>
- Benetti, A., Lanna, E., and Salet, M. (2003). Metodologias para Determinação de Vazões Ecológicas em Rios. *Revista Brasileira de Recursos Hídricos*, 8(2), 149-160. <https://doi.org/10.21168/rbrh.v8n2.p149-160>
- Bradford, M. J., Heinonen, J. S. (2008). Low Flows, Instream Flow Needs and Fish Ecology in Small Streams. *Canadian Water Resources Journal*, 33(2), 165–180. <https://doi.org/10.4296/cwrj3302165>
- Brierley, G., Reid, H., Fryirs, K., & Trahan, N. (2010). What are we monitoring and why? Using geomorphic principles to frame eco-hydrological assessments of river condition. *Science of The Total Environment*, 408(9), 2025–2033. <https://doi.org/10.1016/j.scitotenv.2010.01.038>
- Brown, O., Gallardo, Y., Williams, P., Torre, Y. (2016). Caudal ecológico del río Chambas en la provincia Ciego de Ávila. *Ingeniería Hidráulica y Ambiental*, 37(1), 58-71. Recuperado de: [http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1680-03382016000100005&lng=es&tlng=es](http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1680-03382016000100005&lng=es&tlng=es)
- Bunn, S. E., Thoms, M. C., Hamilton, S. K., Capon, S. J. (2006) Flow variability in dryland rivers: boom, bust and the bits in between. *River Res. Applic.*, 22(2), 179–186. <https://doi.org/10.1002/rra.904>
- Buytaert, W., Celleri, R., Willems, P., Bièvre, B.D., Wyseure, G. (2006). Spatial and temporal rainfall variability in mountainous areas: A case study from the south Ecuadorian Andes. *Journal of Hydrology*, 329(3-4), 413–421. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2006.02.031>
- Cáceres, B. (2010). Actualización del inventario de tres casquetes glaciares del Ecuador. Informe de Pasantía de Investigación en Université Nice Sophia Antipolis. Recuperado de:

<https://www.researchgate.net/publication/280637393> Actualización del inventario de tres casquetes glaciares del Ecuador

- Callède, J., Guyot, J. L., Ronchail, J., L'Hôte, Y., Niel, H., & Oliveira, E. (2004). Evolution du débit de l'Amazonie à Obidos de 1903 à 1999/Evolution of the River Amazon's discharge at Óbidos from 1903 to 1999. *Hydrological Sciences–Journal*, 49(1), 85-97. <https://doi.org/10.1623/hysj.49.1.85.53992>
- Cote, D. (2007). Measurements of salmonid population performance in relation to habitat in eastern Newfoundland streams. *Journal of Fish Biology* 70(4), 1134–1147. <https://doi.org/10.1111/j.1095-8649.2007.01384.x>
- Davies, P. M. (2010). Climate Change Implications for River Restoration in Global Biodiversity Hotspots. *Restoration Ecology* 18(3), 261–268. <https://doi.org/10.1111/j.1526-100X.2009.00648.x>
- Díez-Hernández, J. M. (2005). Bases metodológicas para el establecimiento de caudales ecológicos en el ordenamiento de cuencas hidrográficas. *Ingeniería y Competitividad*, 7(2), 11-18. Recuperado de: <https://www.redalyc.org/pdf/2913/291323478002.pdf>
- Güçlü, Y. S. (2018). Multiple Şen-innovative trend analyses and partial Mann-Kendall test. *Journal of Hydrology*, 566, 685–704. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2018.09.034>
- Hall, F. R. (1968). Base-Flow Recessions-A Review. *Water Resour. Res.*, 4(5), 973–983. <https://doi.org/10.1029/WR004i005p00973>
- Hamed, K. H. (2009). Exact distribution of the Mann–Kendall trend test statistic for persistent data. *Journal of Hydrology*, 365(1-2), 86–94. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2008.11.024>
- Hamilton, S. K., Bunn, S. E., Thoms, M. C., Marshall, J. C. (2005). Persistence of aquatic refugia between flow pulses in a dryland river system (Cooper Creek, Australia). *Limnol. Oceanogr.*, 50(3), 743–754. <https://doi.org/10.4319/lo.2005.50.3.0743>
- Heras, R. (1976). Hidrología y recursos hidráulicos. Dirección General de Obras Hidráulicas - Centro de Estudios Hidrográficos, Madrid.
- Hughes, D. A., Hannart, P. (2003). A desktop model used to provide an initial estimate of the ecological instream flow requirements of rivers in South Africa. *Journal of Hydrology*, 270(3-4), 167–181. [https://doi.org/10.1016/S0022-1694\(02\)00290-1](https://doi.org/10.1016/S0022-1694(02)00290-1)
- Ilbay-Yupa, M. L., Fonseca Largo, K., Quichimbo Miguítama, A., Lara Landázuri, R., & Tiche Toasa, J. (2017). ESTIMACIÓN DE DATOS FALTANTES DE PRECIPITACIÓN EN LA SUBCUENCA DEL RÍO PATATE. *Revista Bases de la Ciencia*, 2(3), 37. [https://doi.org/10.33936/rev\\_bas\\_de\\_la\\_ciencia.v2i3.1079](https://doi.org/10.33936/rev_bas_de_la_ciencia.v2i3.1079)
- Ilbay-Yupa, M., Zubieta, R., Lavado-Casimiro, W. (2019). Regionalization of precipitation, its aggressiveness and concentration in the Guayas river basin, Ecuador. *La Granja*, 30(2), 57. <https://doi.org/10.17163/lgr.n30.2019.06>
- INEC (2010). Resultados del censo 2010 de población y vivienda en el Ecuador. Fascículo provincial Cotopaxi. Recuperado de: <https://www.ecuadorencifras.gob.ec/wp-content/descargas/Manu-lateral/Resultados-provinciales/cotopaxi.pdf>
- Infante, P., Salomón, M., Guisasaola, L., Delgado, J. (2018). Caudales ecológicos en el Río Grande. I Jornada de Divulgación de la Carrera de Ingeniería Civil. Facultad de Ingeniería. Universidad Nacional de Cuyo 1, 5. Recuperado de: [https://bdigital.uncuyo.edu.ar/objetos\\_digitales/11289/infante.pdf](https://bdigital.uncuyo.edu.ar/objetos_digitales/11289/infante.pdf)
- Irannezhad, M., Ronkanen, A.-K., Kiani, S., Chen, D., Kløve, B. (2017). Long-term variability and trends in annual snowfall/total precipitation ratio in Finland and the role of atmospheric circulation patterns. *Cold Regions Science and Technology*, 143, 23–31. <https://doi.org/10.1016/j.coldregions.2017.08.008>
- Jain, S. K. (2012). Assessment of environmental flow requirements. *Hydrological Processes*, 26(22), 3472–3476. <https://doi.org/10.1002/hyp.9455>
- Karr, JR. (1981). Evaluación de la integridad biótica utilizando comunidades de peces. *Pesca*, 6 (6), 21–27. [https://doi.org/10.1577/1548-8446\(1981\)006<0021:aobiuf>2.0.co;2](https://doi.org/10.1577/1548-8446(1981)006<0021:aobiuf>2.0.co;2)
- Kendall, M. G. (1975). Rank Correlation Methods. 4th ed. Griffin, London, UK.
- Kharrazi, A., Kraines, S., Hoang, L., Yarime, M. (2014). Advancing quantification methods of sustainability: A critical examination energy, exergy, ecological footprint, and ecological information-based approaches. *Ecological Indicators*, 37(A), 81–89. <https://doi.org/10.1016/j.ecolind.2013.10.003>
- King, J., Brown, C., Sabet, H. (2003). A scenario-based holistic approach to environmental flow assessments for rivers. *River Research and Applications*, 19 (5-6), 619–639. <https://doi.org/10.1002/rra.709>
- Lara, R. (2005). Páramo y contaminación. Recursos Hídricos y contaminación de la cuenca del río Cutuchi, Páramo. *Abya Yala [u.a.]*, Quito. Recuperado de: <https://biblio.flacsoandes.edu.ec/libros/digital/46426.pdf>
- Ley orgánica de recursos hídricos, usos y aprovechamiento del agua. (2014) Segundo Suplemento. Registro Oficial N° 305-Miércoles 6 de agosto de 2014 - 3. Recuperado de: <http://extwprlegs1.fao.org/docs/pdf/ecu165480.pdf>

- Lobo, D. (2004). Guía Metodológica para la delimitación del mapa de zonas áridas, semiáridas y subhúmedas secas de América Latina y el Caribe. Centro del Agua para Zonas Áridas y Semiáridas de América Latina y El Caribe – CAZALAC – UNESCO PHI – Gobierno de Flandes. Recuperado de: [https://www.researchgate.net/publication/261286799\\_GUIA\\_METODOLOGICA\\_PARA\\_LA\\_ELABORACION\\_DEL\\_MAPA\\_DE\\_ZONAS\\_ARIDAS\\_SEMIARIDAS\\_Y\\_SUBHUMEDAS\\_SECAS\\_DE\\_AMERICA\\_LATINA\\_Y\\_EL\\_CARIBE/link/0c96052d9882fb7ded000000/download](https://www.researchgate.net/publication/261286799_GUIA_METODOLOGICA_PARA_LA_ELABORACION_DEL_MAPA_DE_ZONAS_ARIDAS_SEMIARIDAS_Y_SUBHUMEDAS_SECAS_DE_AMERICA_LATINA_Y_EL_CARIBE/link/0c96052d9882fb7ded000000/download)
- Ma, D., Luo, W., Yang, G., Lu, J., Fan, Y. (2019). A study on a river health assessment method based on ecological flow. *Ecological Modelling* 401, 144–154. <https://doi.org/10.1016/j.ecolmodel.2018.11.023>
- Mann, H. B. (1945). Nonparametric tests against trend. *Econometrica* 13(3), 245–259. Recuperado de: <https://www.jstor.com/stable/1907187>
- Mayo, M. (2000). Determinación de regímenes de caudales ecológicos mínimos. España: tesis doctoral. Recuperado de: <http://oa.upm.es/667/1/07200013.pdf>
- Moir, H. J., Gibbins, C. N., Soulsby, C., Youngson, A. F. (2005). PHABSIM modelling of Atlantic salmon spawning habitat in an upland stream: testing the influence of habitat suitability indices on model output. *River Research and Applications*, 21(9), 1021-1034. <https://doi.org/10.1002/rra.869>
- Moran, W. (1989). Hidrología para estudiantes de ingeniería civil. CONCYTEC PUCP. 236 P. Recuperado de: <http://repositorio.pucp.edu.pe/index/bitstream/handle/123456789/28689/hidrologia.pdf>
- Mosley, M. P. (1982). Analysis of the effect of changing discharge on channel morphology and instream uses in a Braided River, Ohau River, New Zealand. *Water Resour. Res.*, 18(4), 800–812. <https://doi.org/10.1029/WR018i004p00800>
- Nnamchi, H. C., Li, J., Anyadike, R. N. C. (2011). Does a dipole mode really exist in the South Atlantic Ocean? *J. Geophys. Res.*, 116(D15), 104. <https://doi.org/10.1029/2010JD015579>
- Pang, B., Xu, Z. X., Wu, W. (2012). Estimation of the ecological base flow of Wei River in Shaanxi province. *Procedia Environmental Sciences*, 13, 1559–1568. <https://doi.org/10.1016/j.proenv.2012.01.148>
- Pizarro-Tapia, R., Cabrera-Jofre, C., Morales-Calderón, C., Flores-Villanelo, J. P. (2011). Variación temporal de las precipitaciones y caudales en la cuenca del Maipo, y la potencial influencia glaciario en la producción de agua (1963-2006). *Tecnología y ciencias del agua*, 2(3), 5-19. Recuperado de: [http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S2007-24222011000300001](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2007-24222011000300001)
- Poff, N., Allan, J. D., Bain, M., Karr, J., Prestegard, K., Richter, B., Sparks, R., Stromberg, J. (1997). The Natural Flow Regime: A Paradigm for River Conservation and Restoration. *Bioscience*, 47(11). Recuperado de: [https://www.researchgate.net/publication/247932778\\_The\\_Natural\\_Flow\\_Regime\\_A\\_Paradigm\\_for\\_River\\_Conservation\\_and\\_Restoration](https://www.researchgate.net/publication/247932778_The_Natural_Flow_Regime_A_Paradigm_for_River_Conservation_and_Restoration)
- Rantz, S. E. (1964). Stream hydrology related to the optimum discharge for King Salmon spawning in the northern California coast ranges (Report No. 1779AA), Water Supply Paper. <https://doi.org/10.3133/wsp1779AA>
- Reyes, D., Galárraga, R., Abraham, E. (2005). Determinación Ecohidrológica de un organismo de cuenca en la Serranía ecuatoriana. Caso de estudio: la Cuenca del Río Cutuchi. V Foro Centroamericano y del Caribe de cuencas hidrográficas desarrollo de cuencas hidrográficas. Recuperado de: [http://www.asicprimerazona.com.ar/asic/publicaciones/determinacion\\_ecohidrologica.pdf](http://www.asicprimerazona.com.ar/asic/publicaciones/determinacion_ecohidrologica.pdf)
- Richter, B. D., Baumgartner, J. V., Braun, D. P., Powell, J. (1998). A spatial assessment of hydrologic alteration within a river network. *Regulated Rivers: Research & Management*, 14(4), 329–340. [https://doi.org/10.1002/\(sici\)1099-1646\(199807/08\)14:4<329::aid-rrr505>3.0.co;2-e](https://doi.org/10.1002/(sici)1099-1646(199807/08)14:4<329::aid-rrr505>3.0.co;2-e)
- Rossel, F., Cadier, E., Gómez, G. (1996). Las Inundaciones en la zona costera ecuatoriana: causas; obras de protección existentes y previstas. *Bull. Inst. fr. études andines*, 25(3), 399-420. Recuperado de: [https://horizon.documentation.ird.fr/exl-doc/pleins\\_textes/divers14-12/010011839.pdf](https://horizon.documentation.ird.fr/exl-doc/pleins_textes/divers14-12/010011839.pdf)
- Rojas, J. (2017). Tiempos de Avenida y Estiaje. SCRIB, 1. SCRIB. [Online] 1. Recuperado de: <https://es.scribd.com/document/348890332/Tiempos-de-Avenida-y-Estiaje>
- Santacrus de León, G., & Aguilar-Robledo, M. (2009). Estimación de los caudales ecológicos en el río Valles con el método Tennant. *Hidrobiológica*, 19(1), 25-32. Recuperado de: [http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0188-88972009000100004&lng=es&nrm=iso](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0188-88972009000100004&lng=es&nrm=iso). ISSN 0188-8897.
- SENAGUA (2009). Delimitación y codificación de unidades hidrográficas del Ecuador escala 1:250000. Quito, Ecuador. Recuperado de: [http://app.sni.gob.ec/sni-link/sni/PORTAL\\_SNI/PORTAL/IG/7\\_delimitacion\\_codificacion\\_metodologia\\_pfafstetter.pdf](http://app.sni.gob.ec/sni-link/sni/PORTAL_SNI/PORTAL/IG/7_delimitacion_codificacion_metodologia_pfafstetter.pdf)
- Silveira, L. A., Silveira, L. G. (2001). Caudales mínimos. Gestión de pequeñas cuencas hidrográficas. Hidrología Aplicada. Editorial ABRH, ISSN 0104-1169, Porto Alegre, Brasil.

- Smakhtin, V. U., (2001). Low flow hydrology: a review. *Journal of Hydrology* 240(3-4), 147–186. [https://doi.org/10.1016/S0022-1694\(00\)00340-1](https://doi.org/10.1016/S0022-1694(00)00340-1)
- Tennant, D. L. (1976). Instream Flow Regimens for Fish, Wildlife, Recreation and Related Environmental Resources. *Fisheries* 1, 6–10. [https://doi.org/10.1577/1548-8446\(1976\)001<0006:IFRFFW>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1577/1548-8446(1976)001<0006:IFRFFW>2.0.CO;2)
- Valdés-Pineda, R., Pizarro, R., Valdés, J.B., Carrasco, J.F., García-Chevesich, P., Olivares, C. (2016). Spatio-temporal trends of precipitation, its aggressiveness and concentration, along the Pacific coast of South America (36–49°S). *Hydrological Sciences Journal*, 61(11), 2110–2132. <https://doi.org/10.1080/02626667.2015.1085989>
- Vauchel, P. (2005). Hydraccess: Logiciel de gestion et traitement de données hydro météorologiques, version 2.1.4. Recuperado de: <https://hybam.obs-mip.fr/es/website-under-development-3/>
- Yan, Z., Zhou, Z., Sang, X., Wang, H. (2018). Water replenishment for ecological flow with an improved water resources allocation model. *Science of The Total Environment*, 643, 1152–1165. <https://doi.org/10.1016/j.scitotenv.2018.06.085>
- Yang, F., Xia, Z., Yu, L., Guo, L. (2012). Calculation and Analysis of the Instream Ecological Flow for the Irtys River. *Procedia Engineering*, 28, 438–441. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2012.01.747>
- Zalucki, J., Arthington, A. (1998). Comparative Evaluation of Environmental Flow Assessment Techniques: Review of Methods. Recuperado de: [https://www.researchgate.net/publication/228701645 Comparative Evaluation of Environmental Flow Assessment Techniques Review of Methods](https://www.researchgate.net/publication/228701645_Comparative_Evaluation_of_Environmental_Flow_Assessment_Techniques_Review_of_Methods)
- Zeleňáková, M., Purcz, P., Poórová, Z., Alkhalaf, I., Hlavatá, H., Portela, M.M. (2016). Monthly Trends of Precipitation in Gauging Stations in Slovakia. *Procedia Engineering* 162, 106–111. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2016.11.023>
- Yan, Z., Zhou, Z., Sang, X., Wang, H. (2018). Water replenishment for ecological flow with an improved water resources allocation model. *Science of The Total Environment*, 643, 1152–1165. <https://doi.org/10.1016/j.scitotenv.2018.06.085>
- Yang, F., Xia, Z., Yu, L., Guo, L. (2012). Calculation and Analysis of the Instream Ecological Flow for the Irtys River. *Procedia Engineering*, 28, 438–441. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2012.01.747>
- Zalucki, J., Arthington, A. (1998). Comparative Evaluation of Environmental Flow Assessment Techniques: Review of Methods. Recuperado de: [https://www.researchgate.net/publication/228701645 Comparative Evaluation of Environmental Flow Assessment Techniques Review of Methods](https://www.researchgate.net/publication/228701645_Comparative_Evaluation_of_Environmental_Flow_Assessment_Techniques_Review_of_Methods)
- Zeleňáková, M., Purcz, P., Poórová, Z., Alkhalaf, I., Hlavatá, H., Portela, M.M. (2016). Monthly Trends of Precipitation in Gauging Stations in Slovakia. *Procedia Engineering* 162, 106–111. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2016.11.023>

## NEW CONSTRUCTION OF ALGEBRAS AS QUOTIENTS

José Játem

Research group Partial Differential Equations and Clifford analysis, Universidad Simón Bolívar, Caracas, Venezuela.  
E-mail: [jratem@gmail.com](mailto:jratem@gmail.com)

Autor para la correspondencia: [jratem@gmail.com](mailto:jratem@gmail.com)

Recibido: 05-12-2019 / Aceptado: 17-08-2020 / Publicación: 31-08-2020

Editor Académico: Eusebio Ariza García

### ABSTRACT

In this article we have presented a new approach to define algebras using for a natural number  $k \geq 2$ , the set of natural numbers in base  $k$ , none of their digits equal to zero. The study was developed in the context of vector  $\mathbb{R}$ -spaces and the vector space definitions of the formal multiples of any element  $x$  of the field  $\mathbb{R}$ , of the direct sum of vector spaces and binary operations on vector spaces were used. The results obtained were the construction of a vector space denoted by  $\mathbb{V}$ , on the basis of the particular set of natural numbers in base  $k$  mentioned, which allowed novel ways of defining the well-known and very important algebras of complex numbers and that of quaternions on  $\mathbb{R}$  as quotients of ideals of  $\mathbb{V}$ , for suitably chosen ideals  $I$ . With this new approach and with the help of the vector spaces  $\mathbb{V}$ , known algebras can be presented in a different way than those found up to now, by using certain ideals of those spaces in their quotient form. The spaces  $\mathbb{V}$  can be over any field  $K$  and other algebras such as Clifford algebras can be constructed using this procedure.

**Keywords:** Algebras, Quotients in algebras, Complex numbers and quaternions as quotients of algebras.

## NUEVA CONSTRUCCIÓN DE ÁLGEBRAS COMO COCIENTES

### RESUMEN

En este artículo se ha presentado un nuevo enfoque para definir álgebras usando para un número natural  $k \geq 2$ , el conjunto de números naturales en base  $k$ , ninguno de sus dígitos iguales a cero. El estudio se desarrolló en el contexto de los  $\mathbb{R}$ -espacios vectoriales y se usaron las definiciones de espacio vectorial de los múltiplos formales de un elemento cualquiera  $x$  del cuerpo  $\mathbb{R}$ , de la suma directa de espacios vectoriales y operaciones binarias sobre espacios vectoriales. Los resultados obtenidos fueron la construcción de un espacio vectorial denotado por  $\mathbb{V}$ , sobre la base del particular conjunto de números naturales en base  $k$  mencionado, que permitió novedosas formas de definir las conocidas y muy importantes álgebras de los números complejos y la de los cuaterniones sobre  $\mathbb{R}$  como cocientes de ideales de  $\mathbb{V}$ , para ideales  $I$  convenientemente elegidos. Con este nuevo enfoque y con la ayuda de los espacios vectoriales  $\mathbb{V}$  se pueden presentar álgebras conocidas de manera distinta a las encontradas hasta ahora, al usar en su forma de cociente ciertos ideales de esos espacios  $\mathbb{V}$ . Los espacios  $\mathbb{V}$  pueden ser sobre cualquier cuerpo  $K$  y otras álgebras como las álgebras de Clifford se pueden construir usando este procedimiento.

**Palabras clave:** Algebras, cocientes en álgebras, Números complejos y cuaterniones como cocientes en álgebras.

# NOVA CONSTRUÇÃO DE ÁLGEBRAS COMO QUOCIENTES

## RESUMO

---

Neste artigo apresentamos uma nova abordagem para definir as álgebras usando para um número natural  $k \geq 2$ , o conjunto de números naturais na base  $k$ , nenhum de seus dígitos igual a zero. O estudo foi desenvolvido no contexto de espaços vetoriais  $R$  e foram utilizadas as definições de espaço vetorial dos múltiplos formais de um elemento qualquer  $x$  do campo  $R$ , da soma direta de espaços vetoriais e operações binárias em espaços vetoriais. Os resultados obtidos foram a construção de um espaço vetorial denotado por  $V$ , com base no conjunto particular de números naturais na base  $k$  mencionados, o que permitiu novas formas de definir as conhecidas e muito importantes álgebras de números complexos e dos quatérnions em  $R$  como quocientes de ideais de  $V$ , para ideais  $I$  adequadamente selecionados. Com esta nova abordagem e com a ajuda dos espaços vetoriais  $V$ , as álgebras conhecidas podem ser apresentadas de uma forma diferente das encontradas até agora, usando certos ideais desses espaços na sua forma de quociente. Os espaços  $V$  podem estar em qualquer campo  $K$  e outras álgebras, tais como álgebras de Clifford, podem ser construídas usando este processo.

**Palavras-chave:** Álgebras, quocientes nas álgebras, Números complexos e quatérnions como quocientes nas álgebras

---

Citación sugerida: Játem, J. (2020). NEW CONSTRUCTION OF ALGEBRAS AS QUOTIENTS. Revista Bases de la Ciencia, 5(2), 53-58. DOI: 10.33936/rev\_bas\_de\_la\_ciencia.v%vi%i.2107 Recuperado de: <https://revistas.utm.edu.ec/index.php/Basedelaciencia/article/view/2107>

---

Orcid IDs:

Dr. José Játem: <https://orcid.org/0000-0001-6153-6720>

Dr. Eusebio Ariza García: <https://orcid.org/0000-0001-7754-2666>

### 1. INTRODUCTION

Given any symbol  $x$ , we define the vector space over  $\mathbb{R}$  denoted by  $\langle x \rangle$ , consisting of all formal real multiples of  $x$  as the set  $\{ rx / r \in \mathbb{R} \}$ , together with the sum  $+: \langle x \rangle \times \langle x \rangle \rightarrow \langle x \rangle$ , defined for all  $rx, sx \in \langle x \rangle$  by  $rx + sx = (r + s)x$  and the product  $\cdot: \mathbb{R} \times \langle x \rangle \rightarrow \langle x \rangle$ , defined  $\forall a \in \mathbb{R}$  and  $\forall rx \in \langle x \rangle$  by  $a(rx) = (ar)x$ .

We will also deal with the (external) “direct sum” of vector spaces:

Let  $\mathcal{C}$  be a collection of vector spaces, the direct sum of all vector spaces  $V$  of  $\mathcal{C}$  is the set denoted by  $\bigoplus_{V \in \mathcal{C}} V$ , whose elements are the tuples  $(u_V)_{V \in \mathcal{C}}$ , where  $u_V \in V$ , for each  $V \in \mathcal{C}$  and  $u_V = 0_V$  for almost all  $V \in \mathcal{C}$  (that means  $u_V = 0_V$  for all but a finite number of vector spaces  $V$  of  $\mathcal{C}$ ).

This set turns into a vector space over  $\mathbb{R}$  with the operations:

Sum:  $+: [\bigoplus_{V \in \mathcal{C}} V] \times [\bigoplus_{V \in \mathcal{C}} V] \rightarrow [\bigoplus_{V \in \mathcal{C}} V]$ ,  $\forall (x_V)_{V \in \mathcal{C}}, (y_V)_{V \in \mathcal{C}} \in [\bigoplus_{V \in \mathcal{C}} V]$ ,  $(x_V)_{V \in \mathcal{C}} + (y_V)_{V \in \mathcal{C}} = (x_V + y_V)_{V \in \mathcal{C}}$  and the product  $\cdot: \mathbb{R} \times [\bigoplus_{V \in \mathcal{C}} V] \rightarrow [\bigoplus_{V \in \mathcal{C}} V]$ , defined for all  $(x_V)_{V \in \mathcal{C}} \in [\bigoplus_{V \in \mathcal{C}} V]$  and all  $r \in \mathbb{R}$  by  $r \cdot (x_V)_{V \in \mathcal{C}} = (rx_V)_{V \in \mathcal{C}}$ .

Notation: If  $U \in \mathcal{C}$  and  $u \in U$ , with  $\bar{u}$  we will understand the tuple  $(x_V)_{V \in \mathcal{C}} \in [\bigoplus_{V \in \mathcal{C}} V]$ , where  $x_V = 0$  if  $V \neq U$  and  $x_U = u$ .

Given basis  $B_V = \{ u_{1_V}, \dots, u_{n_V} \}$  of each vector space  $V \in \mathcal{C}$ , we consider the subset  $\overline{B_V} = \{ \overline{u_{1_V}}, \dots, \overline{u_{n_V}} \}$  of  $[\bigoplus_{V \in \mathcal{C}} V]$ . The union  $\bigcup_{V \in \mathcal{C}} \overline{B_V}$  is a basis of  $[\bigoplus_{V \in \mathcal{C}} V]$ .

Next we consider for all natural number  $k \geq 2$ , the set  $\mathbb{N}_k^*$  of all natural numbers written in basis  $k$ , none of its digits null. The digits used to express the numbers of  $\mathbb{N}_k^*$  are the elements of  $\mathcal{D} = \{ 1_{\mathbb{N}^*}, \dots, 9_{\mathbb{N}^*}, d_{10}, \dots, d_{k-1} \}$

( $\mathcal{D} = \mathcal{D}_k$  when needed).

The next step is to consider the direct sum  $\langle 1_{\mathbb{R}} \rangle [\bigoplus_{x \in \mathbb{N}_k^*} \langle x \rangle]$  or  $\mathbb{R}V[\bigoplus_{x \in \mathbb{N}_k^*} \langle x \rangle]$ , which is a vector space denoted by  $\mathbb{V}$  ( $\mathbb{V}_k$  when needed).

Vectors of  $\mathbb{V}$  are the tuples  $(r, (r_x x)_{x \in \mathbb{N}_k^*})$ , where  $r, r_x \in \mathbb{R}$  and  $r_x = 0$  for almost all  $x \in \mathbb{N}_k^*$  with  $r_x = 0 \forall x \in \mathbb{N}_k^*$ , will be denoted by  $\overline{1_{\mathbb{R}}}$  and, for

The tuple  $(1, (r_x x)_{x \in \mathbb{N}_k^*})$ , with  $r_x = 0 \forall x \in \mathbb{N}_k^*$ , will be denoted by  $\overline{1_{\mathbb{R}}}$  and for all real number  $r$ , with  $\bar{r}$  the tuple  $r - \overline{1_{\mathbb{R}}} = (r, (r_x x)_{x \in \mathbb{N}_k^*})$  with  $r_x = 0, \forall x \in \mathbb{N}_k^*$  We recall for all  $y \in \mathbb{N}_k^*$  we denote the

tuple  $\bar{y} = (0, (r_x x)_{x \in \mathbb{N}_k^*})$ , where  $r_k = 0, \forall x \in \mathbb{N}_k^* \setminus \{y\}$  and  $r_y = 1$ . Once these has been said, any tuple  $(r, (r_x x)_{x \in \mathbb{N}_k^*})$ , where  $r_x = 0$  for all digit  $x$  different from  $x_1, \dots, x_n$ , can be written as  $\bar{r} = \sum_{i=1}^n r_{x_i} \bar{x}_i$ .

In order to provide  $\mathbb{V}$  with an algebra over  $\mathbb{R}$  structure, we define the operation  $\cdot: \mathbb{V} \times \mathbb{V}$  as follows:

- i)  $\forall \alpha \in \mathbb{V}, \overline{1_{\mathbb{R}}} \cdot \alpha = \alpha \cdot \overline{1_{\mathbb{R}}} = \alpha$
- ii)  $\forall \alpha, \beta \in \mathbb{N}_k^*, \alpha = x_0 x_1 \dots x_n, \beta = y_0 y_1 \dots y_m$ , where  $x_0 \dots x_n, y_0 \dots y_m \in \mathcal{D} = \{1, \dots, 9, d_{10}, \dots, d_{k-1}\}$ ,  $\alpha \cdot \beta$  is the ordered concatenation of the  $\alpha$ -digits with the  $\beta$ -digits, meaning  $\alpha \cdot \beta = [x_0 x_1 \dots x_n y_0 y_1 \dots y_m]$ .
- iii) Lastly,  $\forall u, v \in \mathbb{V}$ , where  $u = \sum_{i=1}^{i=n} r_i \bar{\alpha}_i$  and  $v = \sum_{j=1}^{j=m} s_j \bar{\beta}_j$  with  $\alpha_i, \beta_j \in \mathbb{N}_k^* \forall 1 \leq i \leq n$  and  $\forall 1 \leq j \leq m$  then  $u \cdot v = \sum_{i=1}^{i=n} \sum_{j=1}^{j=m} (r_i s_j) (\overline{\alpha_i \beta_j})$

It can be easily proven that this operation is associative and bilinear, which makes  $\mathbb{V}$  an algebra over  $\mathbb{R}$  with  $\overline{1_{\mathbb{R}}}$  the multiplicative identity, only commutative when  $k = 2$ , because for all  $k > 2, 1 \cdot 2 = 12 \neq 21 = 2 \cdot 1$ .

In order to keep the usual exponential notation for the digits  $= \{1, \dots, 9, d_{10}, \dots, d_{k-1}\}$ , we write  $x^n = xx \dots x$  (n-times  $x$ ) and  $x^0 = \overline{1_{\mathbb{R}}}$ .

For themes related with general algebra, like vector spaces and direct sums see (Atiyah & Macdonald, 1969; Hartley & Hawkes, 1983).

## 2. ALGEBRAS AS QUOTIENTS

Our aim here is to build algebras over  $\mathbb{R}$  as quotients of conveniently chosen two sided ideals of  $\mathbb{V}$ .

For instance, lets choose the ideal  $I$  of  $\mathbb{V}_2$  generated by  $11 + \overline{1_{\mathbb{R}}}$  and the quotient  $\mathcal{A}_2 = \mathcal{A}_{(2,I)} = \frac{\mathbb{V}}{I}$ .

The set of digits  $\mathbb{V}_2$  of is the singleton  $\mathcal{D}_2 = \{1\}$  and a basis of  $\mathbb{V}_2$  is  $\{\overline{1_{\mathbb{R}}}\} \cup \mathbb{N}_2^* = \{\overline{1_{\mathbb{R}}}\} \cup \{1, 11, 111, \dots\} = \{\overline{1_{\mathbb{R}}}\} \cup \{1^n / n \in \mathbb{N}\}$ , therefore the set  $\mathcal{G} = \{\overline{1_{\mathbb{R}}} + I\} \cup \{1^n + I / n \in \mathbb{N}\}$  generates  $\mathcal{A}$ .

We claim that one basis of the quotient over  $I$  is the set  $\mathcal{B} = \{\overline{1_{\mathbb{R}}} + I, 1 + I\}$ , which we will proceed to prove right now.

- i)  $\mathcal{B}$  generates  $\mathcal{A}_2$

It can be easily check that  $\forall k \in \mathbb{N} \cup \{0\}$

$$1^k + I = \begin{cases} \pm(\overline{1_{\mathbb{R}}} + I) & \text{si } k \text{ es par} \\ \pm(1 + I) & \text{si } k \text{ es impar} \end{cases}$$

Which implies  $\mathcal{B}$  actually generates  $\mathcal{A}_2$ .

ii)  $\mathcal{B}$  is linearly independent:

Consider the null linear combination of vectors of  $\mathcal{B}$ :  $a(\overline{1_{\mathbb{R}}} + I) + b(1 + I) = 0 + I$ , where  $a, b \in \mathbb{R}$ . With the product of  $\mathcal{A}_2$  inherited from  $\mathbb{V}_2$  multiply by  $a(\overline{1_{\mathbb{R}}} + I) + b(1 + I) = 0 + I$  at both sides of the equality to obtain  $(a^2 + b^2)(\overline{1_{\mathbb{R}}} + I) = 0 + I$ , from which  $a^2 + b^2 = 0$  and  $a = b = 0$

It turns out, that  $1_{\mathcal{A}} = \overline{1_{\mathbb{R}}} + I$ , and denoting with  $i = 1 + I$  we have the following table for the product on the basis  $\mathcal{B}$  of  $\mathcal{A}_2$ .

$\cdot$	$1_{\mathcal{A}}$	$I$
$1_{\mathcal{A}}$	$1_{\mathcal{A}}$	$I$
$i$	$i$	$-1_{\mathcal{A}}$

Which means  $\mathcal{A}_2 \approx \mathbb{C}$  and, algebraically speaking, both fields:  $\mathcal{A}_2$  and  $\mathbb{C}$ , are the same object. (Yaglom, 1968).

Another interesting construction is the one of the quaternions, usually denoted by  $\mathbb{H}$  (Gürlebeck 1997; Hamilton, 1866).

On that purpose consider the two-sided ideal  $I$  of  $\mathbb{V}_4$  generated by all elements of the form:

- i)  $x^2 + \overline{1_{\mathbb{R}}}$ , for all  $x \in \mathcal{D}$
- ii)  $xy + yx$ , for all  $x, y \in \mathcal{D}$ , such that  $x \neq y$
- iii)  $12 - 3, 23 - 1$  and  $31 - 2$

In this case the set  $\mathcal{B} = \{\overline{1_{\mathbb{R}}} + I, 1 + I, 2 + I, 3 + I\}$  is a basis of  $\mathcal{A}_4$  fact that will be proven right now.

i)  $\mathcal{B}$  generates  $\mathcal{A}_4$

A basis of  $\mathbb{V}_4$  is  $\{\overline{1_{\mathbb{R}}}\} \cup \mathbb{N}_4^*$  therefore the set  $\{x_1^{\delta_1} x_2^{\delta_2} \dots x_k^{\delta_k} + I / k \in \mathbb{N} \wedge \forall i = 1, \dots, n, x_i \in \mathcal{D} \wedge \delta_i = 0 \text{ ó } \delta_i = 1\}$  generates  $\mathcal{A}_4$ .

Check that for all  $x \in \mathcal{D}$  and  $k \in \mathbb{N}$

$$x^k + I = \begin{cases} \pm(\overline{1_{\mathbb{R}}} + I) & \text{if } k \text{ is even} \\ \pm(x + I) & \text{if } k \text{ is odd} \end{cases}, \text{ which implies that } \mathcal{B} \text{ generates } \mathcal{A}_4$$

ii)  $\mathcal{B}$  is linearly independent:

Consider the null linear combination  $a(\overline{1_{\mathbb{R}}} + I) + b(1 + I) + c(2 + I) + d(3 + I) = 0$ , where  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$  and right-multiply at both sides of the equality by  $a(\overline{1_{\mathbb{R}}} + I) - b(1 + I) - c(2 + I) - d(3 + I)$ , to obtain  $(a^2 + b^2 + c^2 + d^2)(\overline{1_{\mathbb{R}}} + I) = 0$ , which implies  $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 0$  and  $a = b = c = d = 0$ .

To conclude  $\mathcal{A}_4$  just rename the elements of  $\mathcal{B}$  as  $1_{\mathcal{A}} = \overline{1_{\mathbb{R}}} + I, I = 1 + I, j = 2 + I, k = 3 + I$

and consider the following table of the product restricted to  $\mathcal{B}$ :

$\cdot$	$1_{\mathcal{A}}$	$i$	$J$	$k$
$1_{\mathcal{A}}$	$1_{\mathcal{A}}$	$i$	$J$	$K$
$i$	$i$	$-1_{\mathcal{A}}$	$K$	$-j$
$j$	$j$	$-k$	$-1_{\mathcal{A}}$	$I$
$k$	$k$	$j$	$-i$	$-1_{\mathcal{A}}$

### 3. CONCLUDING REMARKS

With this new approach and with the help of the vector spaces  $\mathbb{V}$ , known algebras can be presented in a different way than those found up to now, by using certain ideals of those spaces in their quotient form. The spaces  $\mathbb{V}$  can be over any field  $K$  and other algebras can be constructed using this procedure. In particular, as quotients of  $\mathbb{V}_k$  the Clifford Algebras (Brackx, Delanghe & Sommen, 1982; Játem & Vanegas, 2018), may also be built, which will appear in a second article now in preparation.

### 4. REFERENCES

- Atiyah, M. F., & Macdonald, I. G. (1969). Introduction to commutative algebra. Addison-Wesley Publishing Co., Reading, Mass.-London-Don Mills, Ont.
- Brackx, F., Delanghe, R., & Sommen, F. (1982). Clifford analysis. Research Notes in Mathematics, 76. Boston, London, Melbourne: Pitman Advanced Publishing Company.
- Gürlebeck, K., & Sprössig, W. (1997). Quaternionic and Clifford calculus for engineers and physicists. John Wiley & Sons, Chichester.
- Hamilton, W. R. (1866). Elements of quaternions. Longmans, Green, & Company.
- Hartley, B., & Hawkes, T. O. (1983). Rings, Modules and Linear Algebra. Chapman and Hall, Edition 4.
- Játem, J., & Vanegas, J. (2018). Caracterización de Álgebras de Clifford como anillos cocientes, MATEMATICA, 16(1), 57-60. Retrieved from <http://www.revistas.espol.edu.ec/index.php/matematica/article/view/460/327>
- Yaglom, I. M. (1968). Complex Numbers in Geometry. Academic Press, New York.

## APLICACIÓN DEL MÉTODO DE RESUMACIÓN DE BOREL EN LA ECUACIÓN DIFERENCIAL DE EULER

Oswaldo José Larreal Barreto

Departamento de Matemáticas y Estadísticas, Instituto de Ciencias Básicas, Universidad Técnica de Manabí.  
Autor para correspondencia: olarreal@utm.edu.ec

Recibido: 26-4-2019 / Aceptado: 24-7-2020 / Publicación: 31-8-2020

Editor Académico: Michel Enrique Gamboa Gaus

### RESUMEN

El propósito de este artículo es mostrar que a partir de la series divergentes se puede obtener información relevante que permite resolver algunos problemas, para lograr este cometido, inicialmente se hace una breve introducción a la teoría resurgente de Écalle, se establecen las definiciones básicas como: resumación de Borel, serie clase Gevrey-1 e introducimos las herramientas necesarias, entre ellas la transformada de Borel y Laplace, además se hace un esquema de los pasos que se deben seguir para usar el método de resumación de Borel. Se muestra como ejemplo la ecuación diferencial de Euler, de la cual se halla una solución en forma de serie formal divergente. Siguiendo el esquema del método se debe calcular en primer lugar la transformada de Borel y asociar esta con una función que es analítica en un dominio, para así definir el dominio de la transformada de Laplace y obtener por extensión analítica las soluciones al problema inicial. Luego de este procedimiento las soluciones al problema inicial no deben estar dado por una serie divergente y en su lugar puede ser representado por integrales con caminos distintos, esto último puede permitir establecer relaciones entre las soluciones.

**Palabras clave:** resumación de Borel, ecuación diferencial de Euler, series divergentes.

### APPLICATION OF BOREL'S SUMMARIZATION METHOD IN EULER'S DIFFERENTIAL EQUATION

### ABSTRACT

The purpose of this article is to show that from the divergent series it is possible to obtain relevant information that allows solving some problems, to achieve this task, initially a brief introduction to the resurgent theory of Écalle is made, the basic definitions are established such as: Borel summarization, Gevrey-1 class series and we introduce the necessary tools, among them the Borel and Laplace transform, we also outline the steps that must be followed to use the Borel summarization method. Euler's differential equation is shown as an example, of which a solution is found in the form of a divergent formal series. Following the scheme of the method, the Borel transform must first be calculated and associated with a function that is analytic in a domain, in order to define the domain of the Laplace transform and obtain by analytical extension the solutions to the initial problem. After this procedure, the solutions to the initial problem should not be given by a divergent series and instead can be represented by integrals with different paths, the latter can allow establishing relationships between the solutions.

**Keywords:** Borel's summary, Euler differential equation, series divergent.

## APLICAÇÃO DO MÉTODO DE SUMARIZAÇÃO DE BOREL NA EQUAÇÃO DIFERENCIAL DE EULER

### RESUMO

---

O objetivo deste artigo é mostrar que a partir das séries divergentes é possível obter informações relevantes que permitam resolver alguns problemas, para cumprir esta tarefa, inicialmente é feita uma breve introdução à teoria ressurgente de Écalle, as definições básicas são estabelecidas como: Sumarização de Borel, série de classes Gevrey-1 e apresentamos as ferramentas necessárias, entre elas a transformada de Borel e Laplace, também delineamos os passos que devem ser seguidos para usar o método de sumarização de Borel. A equação diferencial de Euler é mostrada como um exemplo, cuja solução é encontrada na forma de uma série formal divergente. Seguindo o esquema do método, a transformada de Borel deve primeiro ser calculada e associada a uma função analítica em um domínio, a fim de definir o domínio da transformada de Laplace e obter por extensão analítica as soluções para o problema inicial. Após esse procedimento, as soluções para o problema inicial não devem ser dadas por uma série divergente, mas podem ser representadas por integrais com caminhos diferentes, podendo esta última permitir estabelecer relações entre as soluções.

**Palavras chave:** resumo de Borel, equação diferencial de Euler, séries divergentes.

---

Citación sugerida: Larreal, O. (2020). Aplicación del método de resumación de Borel en la ecuación diferencial de Euler. Revista Bases de la Ciencia, 5(2), 59 - 69. DOI: 10.33936/rev\_bas\_de\_la\_ciencia.v%vi%i.1740 Recuperado de:

<https://revistas.utm.edu.ec/index.php/Basedelaciencia/article/view/1740>

---

Orcid IDs:

Dr. Oswaldo José Larreal Barreto: <https://orcid.org/0000-0001-7604-7030>

Dr. Michel Enrique Gamboa Graus: <https://orcid.org/0000-0003-3704-9927>

## 1. INTRODUCCIÓN

La idea central de este trabajo es el tratamiento de ciertas series de potencia divergentes. Como una primera parte se introduce la definición de límite generalizado de una sucesión. Se hace un bosquejo de la idea propuesta por *Félix Édouard Justin Émile Borel*, para luego mostrar la definición formal de suma generalizada. Se estructura el procedimiento que se debe considerar frente a una serie divergente, en el mismo se define la transformada formal de Borel a lo largo de una dirección arbitraria del plano complejo.

Por último se muestra el método de resumación de Borel en la solución formal de la ecuación diferencial de Euler.

Como referencia principal se usan los libros Candelpergher *et al.* (1993), Mitschi y Sauzin (2016), sin embargo se debe tener también a la mano los artículos Baldomá y Seara (2008), Seara y Sauzin (2003), Olivé *et al.* (2003), Martin *et al.* (2011), y las tesis doctorales Olivé (2006), Larreal (2011).

### Resumación de Borel

Si se consideran las sucesiones  $\{v_n\}$  y  $\{p_n\}$  de números complejos y reales positivos, respectivamente y se define la sucesión de medias ponderadas por:

$$w_n = \frac{\sum_{i=0}^n p_i v_i}{\sum_{i=0}^n p_i} \quad (1)$$

Una pregunta natural que se puede formular es: ¿bajo qué condiciones convergen  $w_n$ ?

Borel para resolver este problema, propuso dar más importancia en la suma (1) que a los términos con  $n$  más grande. Para esto tomó un parámetro  $\lambda > 0$  y definió a los  $p_n = \lambda^n/n!$ . Se observa que con esta definición, los pesos más grandes corresponde a:  $n \approx \lambda$ , por lo tanto, haciendo  $\lambda$  cada vez más grande se obtiene el efecto deseado. Ahora teniendo en cuenta que  $\sum_{i=0}^{\infty} p_n \rightarrow e^\lambda$ , el límite generalizado será, para cada valor de  $\lambda$ ,  $e^{-\lambda} \sum_{n=0}^{\infty} \lambda^n/n! v_n$ . Consiguiendo de esta manera dar más importancia a los términos con la  $n$  más grande.

Así de esta forma se define el límite generalizado como:

$$\lim_{\lambda \rightarrow \infty} e^{-\lambda} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\lambda^n}{n!} v_n. \quad (2)$$

Se puede observar que si  $v_n$  converge a  $v$ , entonces el límite generalizado de Borel converge a  $v$ . Es de esperar, sin embargo, que este límite pueda existir también para sucesiones no convergentes. Este es el motivo principal por el que se usa esta herramienta en nuestro problema.

Por ejemplo, la sucesión  $v_n = z^n$ , tiene límite cero si  $|z| < 1$ , tiene límite 1, si  $z = 1$ , y no es convergente si  $|z| > 1$ . Pero  $\sum_{n=0}^{\infty} \lambda^n/n! z^n = e^{\lambda z}$ , para todo  $z \in \mathbb{C}$ , por tanto el límite generalizado de Borel será:

$$\lim_{\lambda \rightarrow \infty} e^{-\lambda} e^{\lambda z} = \lim_{\lambda \rightarrow \infty} e^{-\lambda(1-z)} = \begin{cases} 0, & \text{si } \Re(z) < 1 \\ 1, & \text{si } z = 1 \end{cases}$$

Fijémonos, que el límite generalizado de Borel ha permitido extender la definición de límite de la sucesión  $v_n$  fuera del disco unidad, concretamente en el semiplano complejo  $\Re(z) < 1$ , conservando los valores del límite clásico en los casos que la sucesión ya convergía. El método de resumación de Borel de una serie  $\sum_{n=0}^{\infty} u_n$  consiste en aplicar el límite generalizado de Borel a sus sumas parciales  $S_n = \sum_{i=0}^n u_i$ , con  $S_0 = 0$ .

Se define

$$\mathbf{S}(\lambda) = e^{-\lambda} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\lambda^n}{n!} S_n$$

Se puede obtener una expresión más útil si se supone que  $\mathbf{S}(\lambda)$  está bien definida para todo  $\lambda > 0$ , y calcular su derivada:

$$\mathbf{S}'(\lambda) = e^{-\lambda} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\lambda^n}{n!} (S_{n+1} - S_n) = e^{-\lambda} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\lambda^n}{n!} u_n.$$

Usando que  $\mathbf{S}(0) = S_0 = 0$ , se obtiene  $\mathbf{S}(\lambda) = \int_0^\lambda e^{-\alpha} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{n!} u_n d\alpha$ . Si ahora se hace tender  $\lambda$  a infinito se obtiene la definición de suma *generalizada de Borel*.

**Definición 1.** Dada una serie  $\sum_{n=0}^{\infty} u_n$ , se dice *suma generalizada de Borel o resumación de Borel de esta serie a:*

$$\int_0^\infty e^{-\alpha} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{n!} u_n d\alpha$$

Para que tenga sentido la definición anterior se debe exigir que la serie de potencias  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{n!} u_n$  tiene un radio de convergencia no nulo y que además se pueda prolongar fuera de su disco de convergencia, a una función  $f(\alpha)$  analítica en un entorno del origen, por otro lado también hay que exigir que tenga crecimiento exponencial.

En casos generales se trabaja con series de potencias de la forma:

$$\tilde{f} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{z^{n+1}}$$

de clase Gevrey-1, en las cuales se va a aplicar el procedimiento que se explica más adelante para así poder hallar la resumada de Borel.

**Definición 2.** Dada una serie de potencia  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{z^n}$ , se dice que es de clase Gevrey-1 si existen dos constantes positivas  $M > 0$ ,  $\rho > 0$  tales que  $|a_n| \leq Mn! \rho^n$ .

**Definición 3.** Se dice sector en una superficie de Riemann del logaritmo al conjunto

$$S(\delta, \alpha, \rho) = \{\xi \in \mathbb{C} : |\arg \xi - \alpha| < \delta/2 \text{ y } 0 < |\xi| < \rho\},$$

donde  $\delta$  es un número real positivo,  $\alpha$  es real y  $\rho$  puede ser un número real positivo o  $+\infty$ . También se denota a  $S(\delta, \alpha, +\infty)$  por  $S_\delta(\alpha)$

**Definición 4.** Dada una función  $\hat{f}(\xi)$  analítica en un sector  $S_\delta(\alpha) = \{\xi \in \mathbb{C} : |\arg \xi - \alpha| < \delta/2\}$  para algún  $\delta > 0$ , se dice que tiene crecimiento exponencial  $\tau$ , si existe una constante  $C > 0$  tal que  $|\hat{f}(\xi)| < Ce^{\tau|\xi|}$ ,  $\forall \xi \in S_\delta(\alpha)$ .

**Definición 5.** La transformada de Borel formal es la aplicación  $\mathcal{B}: z^{-1}\mathbb{C}[[z^{-1}]] \rightarrow \mathbb{C}[[\xi]]$  definida por:

$$\mathcal{B}: \tilde{\varphi} = \sum_{n=0}^{\infty} a_n z^{-n-1} \mapsto \hat{\varphi} = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \frac{\xi^n}{n!}.$$

Donde  $\mathbb{C}[[\xi]]$  denota el espacio de series formales con coeficientes en  $\mathbb{C}$ , es decir:

$$\mathbb{C}[[\xi]] = \left\{ \varphi(z) = \sum_{n \geq 0} a_n \xi^n, \text{ con } a_0, a_1, \dots \in \mathbb{C} \right\}$$

Así

$$\mathbb{C}[[z^{-1}]] = \left\{ \varphi(z) = \sum_{n \geq 0} a_n z^{-n}, \text{ con } a_0, a_1, \dots \in \mathbb{C} \right\}$$

El conjunto de series formales convergentes en  $\infty$  lo se denota por  $\mathbb{C}\{z^{-1}\}$ . Las definiciones anteriores son usadas en Candelpergher *et al.* (1993) y Olivé *et al.* (2003).

**Observación 1.** La aplicación  $\mathcal{B}$  es un isomorfismo entre los espacios  $z^{-1}\mathbb{C}[[z^{-1}]]$  y  $\mathbb{C}[[\xi]]$ .

## 2. PASO A SEGUIR EN LA RESUMACIÓN DE BOREL

1. Como primer paso se debe calcular la transformada de Borel de la serie

$$\tilde{f} = \sum_{n=0} \frac{a_n}{z^{n+1}} \mapsto \mathcal{B}(\tilde{f}) = \sum_{n=0} \frac{a_n}{n!} \xi^n.$$

2. Ahora si esta serie tiene un radio de convergencia  $R > 0$  esto nos permite definir una función analítica  $\hat{f}(\xi)$ , para todo  $\xi \in \mathbb{C}$  con  $|\xi| < R$ . Obsérvese que esto es una condición necesaria, ya que en caso contrario carecería de sentido definir la función  $\hat{f}(\xi)$  y por supuesto este procedimiento no se puede aplicar.

3. Por otro lado si se observa  $\theta$ , y si está bien definida la siguiente integral:

$$S_\theta(\tilde{f})(z) = L_\theta(\hat{f})(z) = \int_{C_\theta} e^{-z\xi} \hat{f}(\xi) \, d\xi, \tag{3}$$

con  $C_\theta = \{\xi : \xi = r e^{\theta i}, r > 0\}$ .

La cual se llama resumación de Borel en la dirección  $\theta$  de  $\hat{f}(\xi)$ , esta definición es más general que la dada en 1. Se Observa que  $S_\theta(\tilde{f})(z)$  es la transformada de Laplace de la función  $\tilde{f}$  a lo largo del camino  $C_\theta$ .

**Observación 2.** Para que esté bien definida la integral de  $S_\theta(\tilde{f})(z)$  se necesita que:

- a)  $\hat{f}(\xi)$  debe ser integrable en  $C_\theta = \{\xi : \xi = r e^{\theta i}, r > 0\}$ . En particular  $\hat{f}(\xi)$  debe tener singularidades en  $C_\theta$ .
- b) Como se ha mencionado anteriormente, para impedir que la integral (3) tienda a  $\infty$  se debe exigir que  $\hat{f}$  al menos tenga crecimiento exponencial, por lo tanto deben existir dos números reales  $c_1 > 0$  y  $\tau$  tales que si  $\arg \xi = \theta$  entonces  $|\hat{f}(\xi)| < c_1 e^{\tau|\xi|}$ . Así se obtiene que:

$$|e^{-z\xi} \hat{f}(\xi)| < e^{-\Re(z\xi)} c_1 e^{\tau|\xi|} = c_1 e^{|\xi|(\tau - \Re(z e^{\theta i}))}$$

y la integral será convergente para los  $z \in \mathbb{C}$ , tales que:

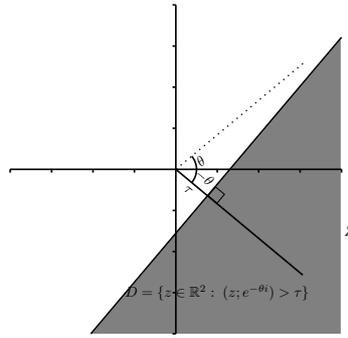
$$\tau - \Re(z e^{\theta i}) < 0$$

Por lo tanto:

$$\Re(z e^{\theta i}) > \tau \tag{4}$$

Visto  $\mathbb{C} \cong \mathbb{R}^2$  como un  $\mathbb{R}$ -espacio vectorial, se obtiene que  $z$  y  $e^{-\theta i}$  son vectores en  $\mathbb{R}^2$  por lo tanto la ecuación (4) se puede escribir como:

$$(z; e^{-\theta i}) > \tau,$$



**Figura 1.** Representación del dominio  $\mathcal{D}_\theta$  fijado  $\theta$ .

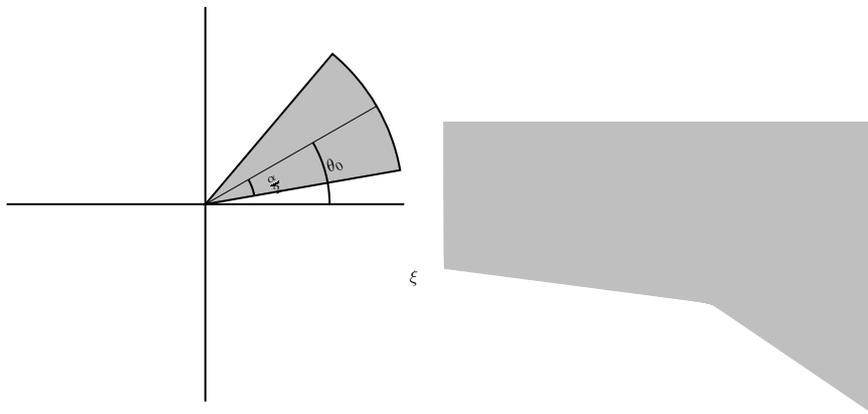
donde  $(\cdot; \cdot)$  denota el producto interno canónico en  $\mathbb{R}^2$ . Así se obtiene que el dominio de  $z$  debe ser, el semiplano:

$$\mathcal{D}_\theta = \{z \in \mathbb{R}^2 : (z; e^{-\theta i}) > \tau\}$$

Ver figura 1, en la cual se muestra una representación del dominio  $\mathcal{D}_\theta$  fijado  $\theta$ .

Ahora dado  $\alpha \in \mathbb{R}^+$  y  $\theta_0 \in [0, 2\pi)$ . Si se varía  $\arg \xi = \theta$  en un sector  $\mathcal{S}_\alpha(\theta_0) = \{\xi : |\theta - \theta_0| < \frac{\alpha}{2}\}$ , se obtiene que el dominio  $\mathcal{D}_{\theta_0}^\alpha$  de los  $z$  correspondiente a todos los  $\xi \in \mathcal{S}_\alpha(\theta_0)$  debe ser la unión de los planos  $\mathcal{D}_\theta$  que están delimitados por las rectas  $(z; e^{-\theta i}) = \tau$ , ver figura 2, es decir:

$$\mathcal{D}_{\theta_0}^\alpha = \bigcup_{|\theta - \theta_0| < \frac{\alpha}{2}} \mathcal{D}_\theta$$

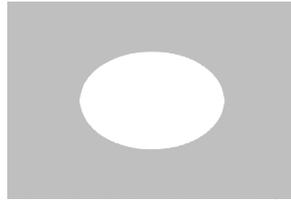


**Figura 2.** Izquierda sector  $\mathcal{S}_\alpha(\theta_0)$ . Derecha dominio  $\mathcal{D}_{\theta_0}^\alpha = \bigcup_{|\theta - \theta_0| < \frac{\alpha}{2}} \mathcal{D}_\theta$  correspondiente al sector al sector  $\mathcal{S}_\alpha(\theta_0)$ .

En particular si el sector fuese  $\mathcal{S}_{2\pi}(0)$  y si  $\tau > 0$ , el dominio  $\mathcal{D}_0^{2\pi}$  en los complejos es el complemento del círculo centrado en el origen de radio  $\tau$  (ver figura 3).

### 3. MÉTODO DE RESUMACIÓN DE BOREL APLICADO A LA ECUACIÓN DE EULER

Para ilustrar la utilidad de la resumación de Borel, se considera un caso particular de la ecuación diferencial de Euler (5), los casos más genéricos se muestran en: Delkhosh (2012), Jung y Min (2009), Utoch-



**Figura 3.** Dominio correspondiente al sector  $\mathcal{S}_{2\pi}(0)$ .

kina *et al.* (2014).

$$t^2 y' + y = t. \tag{5}$$

Ahora haciendo el cambio el variable  $t = \frac{1}{z}$ , se obtiene que la ecuación anterior se puede escribir como:

$$Y'(z) - Y(z) = -\frac{1}{z} \tag{6}$$

Se puede observar que la serie (formal):

$$\tilde{Y}(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n n!}{z^{n+1}}, \tag{7}$$

es solución de la ecuación (6), pero además es una serie divergente de clase Gevrey-1.

Se desea encontrar soluciones para la ecuación (6), usando el método de resumación de Borel en la serie (7). Además si existen varias soluciones se desea determinar algunas relaciones entre ellas.

Para poder aplicar el método de resumación de Borel es necesario seguir lo planteado en la sección 2, así se puede hallar la transformada de Borel a la serie (7), con lo cual se obtiene:

$$\hat{f}(\xi) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \xi^n.$$

Esta serie converge a  $\hat{Y}(\xi) = \frac{1}{1+\xi}$  si  $|\xi| < 1$ , por lo tanto  $\hat{Y}(\xi)$  representa la prolongación analítica de  $\hat{f}(\xi)$ , así esta puede ser resumada por Borel, casi para cualquier dirección  $\theta$  excepto en la dirección que contenga  $\xi = -1$ , ya que allí no está definida la integral  $S_\theta(\hat{f})$ . Por lo tanto se puede considerar la transformada de Laplace  $S_\theta(\tilde{f})$  en la dirección  $\xi = \theta$ , con  $0 \leq \theta < \pi$ . Así se obtiene:

$$S_\theta(\tilde{Y}(z)) = Y^\theta(z) = \int_{C_\theta} e^{-z\xi} \frac{1}{1+\xi} d\xi, \tag{8}$$

con  $C_\theta = \{\xi : \xi = r e^{\theta i}, r \geq 0\}$ .

Se verifica que  $\frac{1}{1+\xi}$  tiene crecimiento exponencial, para esto se puede comprobar que:

$$|1 + \xi|^2 \geq g^2(\theta) = \begin{cases} 1 & \text{si } \theta \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \\ |\sin(\theta)|^2 & \text{si } \theta \in (\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}] \end{cases}$$

Por lo tanto:

$$\left| \frac{1}{1+\xi} \right| \leq |g(\theta)|^{-1} \text{ si } \theta \neq \pi$$

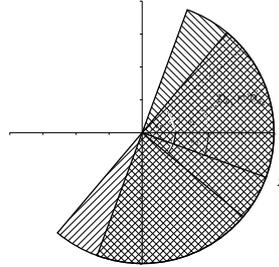
Así se obtiene que dado  $\varepsilon > 0$  y  $\arg \xi \in [-\pi - \varepsilon, \pi + \varepsilon]$ , se obtiene:

$$\left| \frac{1}{1+\xi} \right| \leq \max_{x \in [-\pi - \varepsilon, \pi + \varepsilon]} |g(x)|^{-1} = C e^{0|\xi|}$$

Por lo tanto  $\tau = 0$ , y  $S_\theta(\tilde{Y}(z))$  está bien definida y es analítica cuando  $(z; e^{-\theta i}) > 0 \equiv \Re(z\xi) \geq 0$  es decir  $S_\theta(\tilde{Y}(z))$  es analítica en el dominio

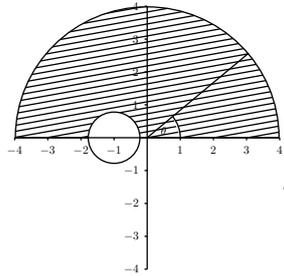
$$\mathcal{D}_\theta = \{z : (z; e^{-\theta i}) > 0\}$$

Ahora si se elige  $\theta_1, \theta_2 \in [0, \pi)$ , por el teorema de Cauchy las funciones  $S_{\theta_1}(\tilde{Y}(z))$  y  $S_{\theta_2}(\tilde{Y}(z))$ , son extensiones una de la otra en los dominios  $\mathcal{D}_{\theta_2}$  y  $\mathcal{D}_{\theta_1}$  respectivamente, así se obtiene que se puede hacer una extensión de  $S_{\theta_1}(\tilde{Y}(z))$  a  $\mathcal{D}_{\theta_1} \cup \mathcal{D}_{\theta_2}$ .

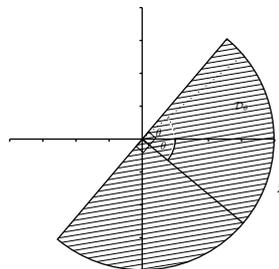


**Figura 4.** Intersección de los dominios correspondiente a  $\theta_1$  y  $\theta_2$ .

Por ejemplo si se inicia fijando  $\theta_0 = 0$ , se obtiene una función  $Y^0(z) = S_0(\tilde{Y}(z))$ , definida en  $\mathcal{D}_0 = \{z : \Re z > 0\}$ . Ahora si se varia  $\theta \in [0, \pi)$ , se puede extender  $Y^0(z)$  analíticamente, al dominio  $\mathcal{D}^- = \bigcup_{\theta \in [0, \pi)} \mathcal{D}_\theta$ .



**Figura 5.** Camino de integración  $\arg \xi = \theta$  con  $0 < \theta < \pi$ .



**Figura 6.** Plano  $\mathcal{D}_\theta$ .

Por otro lado como  $\hat{Y}(\xi)$  tiene un polo en  $\xi = -1$  por lo tanto  $\theta = \arg \xi$  no puede ser igual a  $\pi$  en el integrando de la ecuación (8), sin embargo se puede definir por continuación analítica la resumada al semiplano de los complejos con parte real negativa tomando un camino que sigue el semi-eje negativo y que pasa por arriba de esta singularidad.

A este camino lo se denota por  $O(\pi^-)$  (ver figura 8(a)).

Así se ha obtenido la prolongación analítica  $Y^-(z)$  en el conjunto

$$\mathcal{D}^- = \{z \in \mathbb{C} : -3/2\pi < \arg z \leq \pi/2\}$$

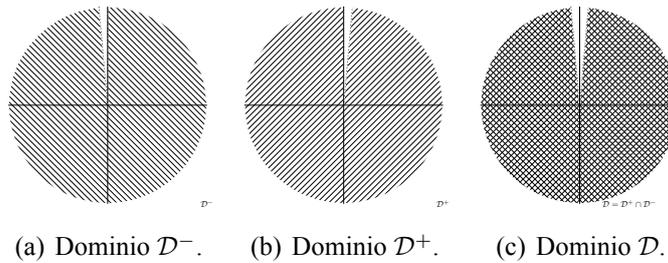
La cual está definida de la siguiente manera:

$$Y^-(z) = \begin{cases} \int_0^\infty e^{-z\xi} \frac{1}{1+\xi} d\xi & \text{si } \Re(z) \geq 0 \\ Y^{\pi^-}(z) = \int_{O(\pi^-)} e^{-z\xi} \frac{1}{1+\xi} d\xi & \text{si } \Re(z) < 0 \end{cases}$$

De hecho, se puede comprobar que si se toma un subsector  $\mathcal{S}_{2\pi-2\varepsilon}(-\frac{\pi}{2}) \subset \mathcal{D}^-$  (con  $\varepsilon > 0$ ),  $\tilde{Y}(z)$  es asintótica a  $Y^-(z)$ .

También se puede encontrar otra prolongación analítica  $Y^+(z)$  si se elige  $\theta \in (-\pi, 0]$ . Con lo cual se define el camino  $O(\pi^+)$  de manera análoga (ver figura 8(b)) a la definición del camino  $O(\pi^-)$  solo que esta vez pasa por debajo de la singularidad  $\xi = -1$ . Y así se define  $Y^+(z)$  de la siguiente manera:

$$Y^+(z) = \begin{cases} \int_0^\infty e^{-z\xi} \frac{1}{1+\xi} d\xi & \text{si } \Re(z) \geq 0 \\ Y^{\pi^+}(z) = \int_{O(\pi^+)} e^{-z\xi} \frac{1}{1+\xi} d\xi & \text{si } \Re(z) < 0 \end{cases}$$



**Figura 7.** Dominios  $\mathcal{D}^-$ ,  $\mathcal{D}^+$  y  $\mathcal{D}$ .

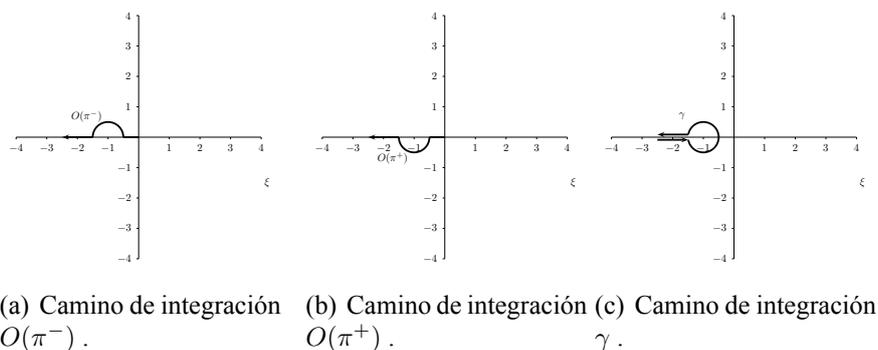
Por lo tanto cuando  $\Re(z) < 0$  se obtiene que  $Y^0(z)$  tienen dos prolongaciones analíticas distintas que son asintóticas a la serie  $\tilde{Y}(z)$ .

Por último se establecen relaciones entre ambas soluciones.

Por teorema del residuo se puede calcular  $Y^-(z) - Y^+(z)$ , (ver figura 8(c)) cuando  $\Re z < 0$ :

$$\begin{aligned} Y^-(z) - Y^+(z) &= Y^{\pi^-}(z) - Y^{\pi^+}(z) \\ &= \int_{O(\pi^-)} e^{-z\xi} \frac{1}{1+\xi} d\xi - \int_{O(\pi^+)} e^{-z\xi} \frac{1}{1+\xi} d\xi \\ &= \int_{\gamma=O(\pi^-) \cup -O(\pi^+)} e^{-z\xi} \frac{1}{1+\xi} d\xi \\ &= 2\pi i \operatorname{Res} \left( e^{-z\xi} \frac{1}{1+\xi} \right) \Big|_{\xi=-1} \\ &= 2\pi i e^z \end{aligned}$$

Entre las aplicaciones de la resumación de Borel, cabe destacar la resolución de ecuaciones inner ver: Baldomá y Seara (2008), Martin *et al.* (2011), Simó y Vieiro (2009) más aún en aplicaciones concretas en los cálculos del acelerador de microtrón ver Larreal (2011).



**Figura 8.** Caminos de integración de  $\gamma$ .

#### 4. CONCLUSIONES

El método de resumación de Borel ofrece una alternativa para definir una función por prolongación analítica de una serie divergente, este método además ofrece la posibilidad de encontrar soluciones de ecuaciones diferenciales que tienen soluciones en forma de series divergentes.

#### 5. REFERENCIAS

Baldomá, I. y Seara, T. M. (2008). The inner equation for generic analytic unfoldings of the hopf-zero singularity. *Discrete & Continuous Dynamical Systems*, 10(2-3):323–347.

Candelpergher, B., Nosmas, J.-C., y Pham, F. (1993). *Approche de la résurgence*. Actualités Mathématiques. Hermann, Paris.

Delkhosh, M. (2012). A method for solving the special type of cauchy-euler differential equations and its algorithms in matlab. *Journal of Science*, 2(3):131.

Jung, S.-M. y Min, S. (2009). On approximate euler differential equations. *Abstract and Applied Analysis*, 2009.

Larreal, O. J. (2011). *Cálculo de escisión de separatrices y regiones de estabilidad usando multiprecisión: el microtrón y la singularidad hopf-zero*. Tesis doctoral, Universitat Politècnica de Catalunya.

Martin, P., Sauzin, D., y Seara, T. M. (2011). Resurgence of inner solutions for perturbations of the mcmillan map. *Discrete and Continuous Dynamical Systems*, 31.

Mitschi, C. y Sauzin, D. (2016). *Divergent Series, Summability and Resurgence I: Monodromy and Resurgence*. Lecture Notes in Mathematics. Springer International Publishing.

Olivé, C. (2006). Càlcul de l'escissió de separatrius usant tècniques de mathing complex i ressurgència aplicades a l'equació de hamilton-jacobi. thesis phd. *Universitat Politècnica de Catalunya*.

Olivé, C., Sauzin, D., y M-Seara, T. (2003). Resurgence in a hamilton-jacobi equation. *Annales de l'Institut Fourier*, 53(4):1185–1235.

Seara, T. M. y Sauzin, D. (2003). Borel summation and the theory of resurgence (resumació de borel i teoria de la ressurgència). *Butl. Soc. Catalana Mat.*, 18(1):131–153.

Simó, C. y Vieiro, A. (2009). Resonant zones, inner and outer splittings in generic and low order resonances of area preserving maps. *Nonlinearity*, 22(5):1191–1245.

Utochkina, E., Zyukin, V., y Saprónov, I. (2014). About smooth solutions of the euler differential equation. *Actual directions of scientific researches of the XXI century: theory and practice*, 2:89–91.



## Guía de Publicación para Autores

### REVISTA BASES DE LA CIENCIA

BASES DE LA CIENCIA es una Revista Científica Arbitrada de edición continua, en formato exclusivamente electrónico (e-ISSN: 2588-0764) que inició sus actividades en Septiembre del año 2016. Publica artículos originales, notas técnicas, comunicaciones cortas, artículos de divulgación y revisiones bibliográficas de las áreas de Biología, Física, Matemática, Química, Geociencias y afines que contengan resultados de investigación experimentales, teóricos y aplicados que representen aportes significativos al conocimiento y que no hayan sido propuestos simultáneamente a otras revistas. A partir del año 2018 el **Comité Científico Internacional** de la Revista Bases de la Ciencia decidió eliminar la temática áreas afines por ser muy amplia.

La Revista Bases de la Ciencia tiene como finalidad primordial la difusión y divulgación de los avances de la Ciencia ecuatoriana, hispanoamericana y el caribe. Actualmente, se conforma por las secciones permanentes: Biología, Física, Matemática, Química y Geociencias que contengan resultados de investigación experimentales, teóricos y aplicados que aportan a la academia de Hispanoamérica y el Caribe.

La revista está dirigida a autoridades, docentes, estudiantes de maestría y doctorado, emprendedores, investigadores, profesionales, instituciones públicas y privadas y todas las personas interesadas por las áreas de ciencias mencionadas. La Revista cuenta con el apoyo de la Universidad Técnica de Manabí.

La revista tiene una periodicidad cuatrimestral (tres números en el año), de edición continua en formato exclusivamente electrónico (e-ISSN: 2588-0764) es editada por el Instituto de Ciencias Básicas de la Universidad Técnica de Manabí-Portoviejo y recibe artículos en los idiomas español, inglés y portugués.



Se encuentra disponible en versión digital con acceso libre (<http://revistas.utm.edu.ec/index.php/Basedelaciencia/index>) y no tiene costos asociados por publicación.

## ENVIO DE LOS MANUSCRITOS

La recepción de los artículos es permanente. Los autores que deseen publicar pueden solicitar el registro en la Revista Bases de la Ciencia, enviando los siguientes datos: nombre, apellido, afiliación institucional, país, temática en la cual estaría dispuesta a ser revisor externo de la revista, al siguiente correo [revistabasesdelaciencia@gmail.com](mailto:revistabasesdelaciencia@gmail.com) y se le asignara un usuario y clave. La clave es temporal puede ser modificada por el investigador. También pueden registrarse directamente en el Open Journal System (<http://revistas.utm.edu.ec/index.php/Basedelaciencia/user/register>) y enviar desde allí el artículo con una carta de intención y aprobación en la que se debe indicar lo siguiente: Nombre(s) completo(s) del(los) autor(es) y direcciones para envío de correspondencia (es necesario colocar una dirección de correo electrónico con el autor o persona encargada con la cual estableceremos contacto). Se debe llenar los 2 formatos siguientes:

1.- Cesión de derechos y 2.- Solicitud de publicación de artículo.

Aunque el autor podrá remitir esta información a través de los correos electrónicos: [revistabasesdelaciencia@gmail.com](mailto:revistabasesdelaciencia@gmail.com); [revistabasesdelaciencia@utm.edu.ec](mailto:revistabasesdelaciencia@utm.edu.ec).

El envío de un artículo a la revista implica que ha sido aprobado por todos los autores y están de acuerdo con su contenido en el caso de ser publicado. Se entenderá que el documento sometido a la revista no ha sido enviado, ni publicado en ninguna otra revista científica, es decir, es inédito y original. Aunque todas las contribuciones estarán sujetas a revisión previa, la responsabilidad por el contenido de la misma recae sobre los autores y no sobre los editores, el comité editorial o la Universidad Técnica de Manabí.

## Artículos aceptados por la revista Bases de la Ciencia





La revista BASES DE LA CIENCIA publica artículos originales, notas técnicas, comunicaciones cortas, artículos de divulgación y revisiones bibliográficas de investigadores relacionadas con todos los aspectos científicos modernos de las áreas de interés de la revista que representen aportes significativos al conocimiento y que no hayan sido propuestos simultáneamente a otras revistas.

Los artículos originales deben ser el resultado de estudios de campo o de laboratorio que aporten información nueva o el análisis estadístico de una gran colección de resultados de trabajos individuales con el propósito de integrar los hallazgos. Las Notas Técnicas o Comunicaciones Cortas están reservadas a tópicos de interés tales como observaciones, extensión de datos u otros hallazgos que por sí solos no constituyen un estudio comprensivo.

a. Para los artículos originales se recomienda su división en: Título se escribe con mayúsculas (en inglés, español y portugués), autores y procedencia (dirección postal institucional precisa, incluir Email), Resumen, Palabras Clave, Abstract, Key Words, Introducción, Metodología (si el autor desea puede ser dividido en Materiales y Métodos), Resultados, Discusión (o Resultados y Discusión), Conclusiones, Agradecimientos y Referencias. Las tablas y leyendas de las figuras deben ser incluidas en el texto.

b. Las Notas Técnicas o Comunicaciones Cortas se escriben de forma corrida con la estructura siguiente: Título, autores y procedencia, Resumen, Introducción, Metodología (si el autor desea puede ser dividido en Materiales y Métodos), Resultados y Discusión, Conclusiones, Referencias.

c. Las Revisiones se recomienda citar por lo menos 40 referencias del tema a analizar. Su estructura es la siguiente: Resumen, Introducción, Metodología, Desarrollo y discusión, Conclusiones y Referencias. Igualmente, en el envío del manuscrito debe señalarse el área de pertinencia o la línea de investigación a la cual pertenece.

Los artículos deben someterse a arbitraje en línea a través de la siguiente dirección: <http://revistas.utm.edu.ec/index.php/Basedelaciencia>. Presentar el artículo mediante comunicación escrita dirigida al Editor (a) General de la Revista Bases de la Ciencia, en soporte digital a los Correos electrónicos: [revistabasesdelaciencia@utm.edu.ec](mailto:revistabasesdelaciencia@utm.edu.ec); [revistabasesdelaciencia@gmail.com](mailto:revistabasesdelaciencia@gmail.com). En la comunicación escrita el autor debe expresar el tipo de documento (artículo original, nota técnica, comunicaciones cortas, artículo de divulgación o

revisiones) y sección a la que postula su trabajo (Ciencias físicas, Ciencias Químicas, Ciencias Matemáticas, Ciencias Biológicas o Geociencias). Debe adjuntar la hoja de vida del autor en Correspondencia, y carta de postulación en la que exprese claramente que conoce y acepta la política editorial de Bases de la Ciencia; cede los derechos de reproducción y distribución del artículo; la originalidad del trabajo y su declaración de que no tiene conflicto de intereses (en lo comercial, propiedad intelectual, relevancia académica, financiero). Llenar formatos de Cesión de derechos y Solicitud de publicación.

## ESTRUCTURA DE LOS ARTÍCULOS

Normas Editoriales Generales: El texto completo debe hacerse en Word, con todos los márgenes de 2,0 cm, a 1 1/2, letra Times New Roman tamaño 12, escrito por una sola cara. El texto no debe exceder de 20 páginas (incluyendo tablas y figuras) salvo que cuente con autorización del Editor General para un número de páginas superior. Numere todas las páginas margen inferior derecho. Los números decimales deben ser separados por comas (,) si el trabajo está en español y punto (.) si es en inglés. Los artículos pueden ser escritos en español, portugués o en inglés (en todos los casos el resumen debe estar en los tres idiomas).

1. Título. En español, inglés y portugués y no exceder de 20 palabras. Debe ser explicativo y contener la esencia del trabajo, evite el uso de fórmulas o expresiones técnicas muy largas. En mayúscula, negritas y centrado.

2. Autores. Deben indicarse nombres y apellidos. Ejemplo:

Lelly María Useche Castro<sup>1\*</sup>, Olga Lilian Mendoza Talledo<sup>1</sup>, Rosalba Karen Bravo Saltos<sup>1</sup>, Miguel Ángel Lapo Palacios<sup>1</sup>

3. Direcciones. Se debe escribir la dirección completa de la Institución donde se realizó el trabajo y aquellas a las cuales donde pertenecen los autores. Indique con símbolos a que autor corresponde cada dirección. Indique, además, el autor de correspondencia, su dirección electrónica mediante un asterisco (\*) y el identificador ORCID. Los autores que carezcan de este indicador personal pueden registrarse en <https://orcid.org/register>.



Ejemplo: <sup>1</sup>Departamento de Matemáticas y Estadística. Instituto de Ciencias Básicas. Universidad Técnica de Manabí. Ecuador.

\*Autor para correspondencia: [luseche@utm.edu.ec](mailto:luseche@utm.edu.ec)

Dra. Lelly María Useche Castro: <https://orcid.org/0000-0002-4294-9009>

MSc. Olga Lilian Mendoza Talledo: <https://orcid.org/0000-0001-6053-562X>

MSc. Rosalba Karen Bravo Saltos: <https://orcid.org/0000-0002-3991-864X>

MSc. Miguel Ángel Lapo Palacios: <https://orcid.org/0000-0003-4183-4290>

4. Resumen, Abstract y Resúmen. No mayor de 250 palabras. Debe presentarse en español, inglés y portugués. Los resúmenes en los diferentes idiomas deben parecerse lo más posible entre sí. Los autores pueden buscar asistencia con alguna persona que hable el idioma (que el autor no domine) de manera fluida. La traducción mediante el uso de programas de traducción no debe ser utilizada en ningún caso. El resumen contendrá los objetivos, metodología, principales resultados y conclusiones. No incluir referencias y debe escribirse en letra Times New Roman 10 a un solo párrafo.

5. Palabras clave. Deben colocarse al finalizar el resumen, abstract o resúmen. Incluir un máximo de 5 palabras clave, necesarias para la mejor ubicación en los índices internacionales.

6. Introducción. En esta sección, redactada en presente, el autor expresa el propósito del artículo, alcances, el contexto del problema a resolver, para lo cual presenta en forma breve las más recientes e importantes investigaciones relacionadas con el tema, que en promedio tengan 10 años de antigüedad, salvo los clásicos de consulta obligada. Son fundamentales la hipótesis o pregunta de la investigación y el problema planteado. Finalice con el objetivo de la investigación.

7. Metodología (Materiales y métodos). Esta sección tiene como propósito entregar información para que el estudio sea replicado. Se redacta en pasado. Debe señalar cómo estudió el problema, por tanto, expresar claramente todos los protocolos, métodos y características relevantes de los materiales empleados para llegar a los resultados. No debe describirse un método si ya está descrito en la bibliografía; basta con presentar la cita bibliográfica. Si utiliza un método

modificado, debe señalarse claramente la modificación. Es fundamental presentar los materiales evaluados (especificaciones técnicas, cantidades, procedencia o método de preparación, nombres genéricos o químicos evitando los comerciales), y el análisis estadístico (debe realizarse mediante software especializado).

8. Resultados. Se debe explicar con claridad y precisión los hallazgos, complementados con tablas y figuras las que se enumeran correlativamente a medida que se mencionan en el texto. Evite repetir la información de las tablas y figuras, sólo destaque lo más relevante. Las tablas y figuras deben ser autoexplicativos de tal manera que el lector no tenga que ir al texto para entender la información que se entrega; los nombres científicos, abreviaturas, unidades, entre otros, deben ser incluidos. Se redacta en pasado.

9. Discusión. Es la sección para interpretar los hallazgos, exponer su importancia, implicaciones, relaciones con otros estudios, alcances teóricos y aportes al avance de la ciencia. La discusión debe sustentarse en el análisis estadístico y aportes de otros autores con estudios similares, más no en apreciaciones subjetivas. Si el autor desea puede unir resultados y discusión.

10. Conclusión. Es una síntesis de los hallazgos y deben corresponderse con los objetivos planteados.

11. Agradecimiento. Es opcional y no debe extenderse más allá de las 100 palabras.

12. Tablas. Se deben incluir y citarse en el texto. Deben presentarse con líneas en la parte superior e inferior de los encabezados de la misma, así como al final de la tabla. Se identificarán con números arábigos (Ejemplo: Tabla 1) y llevarán un encabezamiento descriptivo. Las abreviaturas se explicarán al pie de la tabla.

13. Figuras. Se deben incluir y citarse en el texto. Las figuras se identificarán con números arábigos (Ejemplo: Figura 1). Evite el uso de fondos coloreados o grises. Utilice diferentes tipos de líneas y símbolos en figuras con múltiples líneas. Las leyendas sobre los ejes X y Y deben ser de tamaño legible.

14. Fotografías. Se deben incluir y citarse en el texto. Deberán ser reproducciones nítidas. Su tamaño no excederá el de la hoja impresa. No deben montarse. Se indicará la magnificación de las microfotografías.



15. Referencias. Estas deben ser actualizadas. Los autores son responsables de la fidelidad de las referencias. Se debe incluir una lista completa de todas las referencias, las cuáles serán ordenadas alfabéticamente por el apellido del primer autor de cada cita del documento y con sangría francesa, siguiendo las normas de citación y de estilo de la American Psychological Association (APA), última versión.

Cuando las evaluaciones de los árbitros estén completas, éstas serán remitidas a los autores para su corrección y serán recibidas en un lapso no mayor a 45 días (para evaluaciones con ligeras modificaciones) o no mayores a 60 días (para modificaciones sustanciales). De no recibirse en el lapso establecido, se asumirá el retiro del manuscrito por parte del autor o autores.



Día de Mes del Año

A: Comité Editorial

### Cesión de Derechos de Autor

Hacemos constar mediante el presente documento, que el(los) autor(es) cede(n) a la revista Bases de la Ciencia los derechos de autor del artículo titulado:

Título del artículo

El(los) autor(es) autoriza(n) la publicación y difusión del artículo mencionado, según lo disponga la Revista Bases de la Ciencia.

El(los) autor(es) firmantes garantiza(n) que el documento es original, no ha sido publicado total, ni parcialmente, en otra revista o medio de difusión físico o electrónico, ni ha sido presentado para publicar en otra revista.

De igual forma, los autores firmantes reconocemos que la revista asume como suyos los principios del acceso abierto establecidos en las declaraciones de Berlin, Bethesda y Budapest, razón por la cual aceptamos que el trabajo que se presenta sea distribuido en acceso abierto, protegiendo los derechos de autor bajo una licencia “creative commons”.

Declaramos nuestro acuerdo con todo lo expresado en el presente documento.

	<b>Nombres y Apellidos</b>	<b>Firma</b>
Autor 1		
Autor 2		
Autor 3		
Autor 4		
Autor 5		
Autor 6		

Observación: El orden de los autores expresa la forma de participación en el artículo.  
Envíe este documento en formato .pdf



## Solicitud de Publicación de Artículo

Día de Mes del Año

A: Comité Editorial de la Revista Bases de la Ciencia.

Solicito la revisión para su publicación, de considerarlo conveniente, del artículo titulado:

Tema del artículo. Afirmamos que lo expresado en el artículo es creación propia de los autores y las partes seleccionadas de otros documentos científicos han sido correctamente citadas respetando los derechos de cada autor.

Los autores ratifican mediante su firma que se comprometen a cumplir con el **Código de Ética de los Autores** publicado en la segunda página y que han utilizado el documento **Autoevaluación del trabajo antes de ser enviado para su consideración de publicación en la revista** el cual adjuntan al envío de esta solicitud.

En espera de su respuesta, atentamente;

	<b>Nombres y Apellidos</b>	<b>Firma</b>
Autor 1		
Autor 2		
Autor 3		
Autor 4		
Autor 5		
Autor 6		

Observación: El orden de los autores expresa la forma de participación en el artículo. Describa en un párrafo no mayor de cinco (5) líneas la novedad del trabajo presentado





## Código de Ética de los Autores

1. La responsabilidad principal del autor es presentar para su publicación una descripción científica y rigurosa de su trabajo de investigación experimental, teórica o tecnológica, con una discusión objetiva de sus resultados.
2. El artículo presentado debe contener suficientes referencias de fuentes públicas. Esto debe permitir que los profesionales que consulten su trabajo puedan verificar las fuentes. El autor debe citar y dar la adecuada atribución a aquellas publicaciones que han influido y determinado la naturaleza del artículo a publicar con el objetivo de guiar al lector hacia trabajos anteriores que le ayuden a comprender el trabajo publicado.
3. Las informaciones obtenidas por el autor de forma privada, producto de la conversación, la correspondencia o la discusión con terceros, no será usada o declarada en el trabajo sin el permiso explícito de las personas a través de la cuales fue obtenida. La información adquirida a partir de trabajos en fase de revisión o aplicaciones de colaboración, serán tratadas de la misma forma.
4. El artículo presentado no contendrá material plagiado o falseará los datos de la investigación. Además, los autores deben confirmar que el artículo no ha sido publicado en ningún tipo de medio con anterioridad ni tampoco pueden haberlo presentado a otra revista simultáneamente.
5. El autor no debe fragmentar su trabajo de investigación para su publicación. Los autores que han realizado su trabajo sobre un sistema o grupo de sistemas relacionados organizarán la publicación del mismo con el propósito de que cada artículo dé una descripción completa de un aspecto especial del estudio general. No es ético que un autor presente, para su publicación más de un trabajo que describa la misma investigación o proyecto a más de una revista.
6. Es ética la crítica sobre los contenidos y criterios de un trabajo publicado; sin embargo, no es aceptable la crítica personal.
7. Para proteger la integridad de la autoría del trabajo, solamente los profesionales que han colaborado en la investigación o el proyecto y confección del artículo serán enumerados como coautores. El autor principal da fe del hecho de haber incluido a todos los coautores del trabajo al entregar la solicitud de publicación.
8. El autor no debe presentar cambios en el contenido de su trabajo después de que ha sido aceptado y se le ha devuelto para que realice las correcciones propuestas. Si existiera una razón de peso para realizar cambios el autor debe informarlos al Comité Editorial y este tiene la autoridad para aprobar o no los cambios propuestos.
9. El autor no debe conocer el nombre de los árbitros o indagar sobre los mismos.



10. Los autores cuya investigación involucre seres humanos o animales son responsables de la aprobación por el Comité de Bioética de la Investigación de la institución en que se hizo el estudio e identificarlo en el texto de la forma siguiente:

Responsabilidades éticas

Protección de personas y animales. Los autores declaran que para esta investigación no se han realizado experimentos en seres humanos ni en animales.

Confidencialidad de los datos. Los autores declaran que en este artículo no aparecen datos de pacientes.

Conflicto de Intereses: Ninguno.

Envíe este documento en formato **.pdf**



Créditos

## CONSEJO EDITORIAL

### DIRECTORA

Dra. Yulixis Nohemi Cano de Torres. (**Ecuador**)/ycano@utm.edu.ec,  
yulixiscano@gmail.com / Instituto de Ciencias Básicas. Universidad Técnica de Manabí

### EDITOR GENERAL

Dr. Julio Cesar Torres Puentes. (**Ecuador**)/jctorres@utm.edu.ec,  
jtorres11912@gmail.com / Instituto de Ciencias Básicas. Universidad Técnica de  
Manabí

## EDITORES POR SECCIÓN

### BIOLOGÍA

Dr. Carlos L. Vásquez Freytez (**Ecuador**)/ca.vasquez@uta.edu.ec / Facultad de  
Ciencias Agropecuarias. Universidad Técnica de Ambato (UTA)

Dra. Marynes Montiel. (**Ecuador**)/montielmarynes@gmail.com / Escuela Superior  
Politécnica del Litoral (ESPOL)

### FÍSICA

Dr. C. Rolando Serra Toledo. (**Cuba**)/serratoledo@gmail.com / Universidad  
Tecnológica de la Habana José Antonio Echeverría (CUJAE)





## MATEMÁTICA

Dra. Carmen Judith Vanegas Espinoza. (**Ecuador**)/cvanegas@utm.edu.ec / Instituto de Ciencias Básicas. Universidad Técnica de Manabí

Dr. Miguel José Vivas-Cortez. (**Ecuador**)/mjvivas@puce.edu.ec / Pontificia Universidad Católica del Ecuador (PUCE)

Dr. Michel Enrique Gamboa

Graus. (**Cuba**)/michelgamboagraus@gmail.com, michelgg@ult.edu.cu, michelenriqueg@yahoo.com/ Universidad de las Tunas, Las Tunas (Cuba)

Dr. Luis Sánchez. (**Ecuador**)/uccursos@gmail.com / Instituto de Ciencias Básicas. Universidad Técnica de Manabí

## GEOCIENCIAS

Dr. Williams Mendez. (**Ecuador**)/williamsmendez@gmail.com / Universidad Técnica de Manabí

## QUÍMICA

Dra. Maria del Rosario Brunetto de

Gallignani. (**Ecuador**)/mbrunetto@utm.edu.ec, mariadelrosario2327@gmail.com / Instituto de Ciencias Básicas. Universidad Técnica de Manabí

Dr. Máximo Aurelio Gallignani de Bernardi. (**Ecuador**)/mgallignani@utm.edu.ec / Facultad de Ciencias Matemáticas, Físicas y Químicas. Universidad Técnica de Manabí

Dr. Gilberto Colina. (**Peru**)/gjcolinaa@gmail.com / Universidad Católica de Santa María (UCSM)-Arequipa.





Dra. Elvia Victoria Cabrera  
Maldonado. (**Ecuador**)/vicky\_label2000@yahoo.es, vicky\_label2000@hotmail.com /  
Facultad de Ingeniería Química. Universidad Central del Ecuador

Dr. Stalin Gustavo Santacruz Téran (**Ecuador**)/stalin.santacruz@gmail.com /  
Universidad Layca Eloy Alfaro de Manabí (ULEAM)

## APOYO LOGÍSTICO E INFORMÁTICO

Ing. Rosalba Karen Bravo Saltos. (**Ecuador**)/rosybravo777@gmail.com / Instituto de  
Ciencias Básicas. Universidad Técnica de Manabí

Ing. Carlos Rivero Torres. (**Ecuador**)/crivero@utm.edu.ec / Universidad Técnica de  
Manabí

Dr. Oswaldo Larreal (**Ecuador**)/olarreal@utm.edu.ec / Universidad Técnica de Manabí

## CORRECTOR DE TRADUCCIÓN DEL IDIOMA ESPAÑOL AL INGLÉS

Ing. Angel E. Hernandez B. (**Jamaica**)/aehb86@gmail.com / University Technology of  
Jamaica

MSc. Ocando Pereira Yaneth Chiquinquirá. (**Ecuador**)/ychocando@gmail.com  
/ Universidad de Cuenca

MSc. Lincon Oliver Echeverría Zurita (Ecuador)/lecheverria@utm.edu.ec / Universidad  
Técnica de Manabí (UTM)

## CORRECTOR DE TRADUCCIÓN DEL IDIOMA ESPAÑOL AL PORTUGUÉS

Dr. Marcelo De Barros

Ramalho. (**Brasil**)/marcelo.ramalho@prof.uniso.br / Universidade de Sorocaba

Dra. Gretel Eres Fernández. (**Brasil**)/igmefern@usp.br / University of São Paulo





Dra. Noroska Gabriela Salazar  
Mogollón. **(Ecuador)**/noroska.salazar@ikiam.edu.ec / Universidad Regional  
Amazónica. IKIAM

## COMITE EDITORIAL INTERNO

Dr. Henry Antonio Pacheco Gil. **(Ecuador)**/henrypacheco@gmail.com / Facultad de  
Ingeniería Agrícola. Universidad Técnica de Manabí

Dr. Ezequiel Zamora-Ledezma. **(Ecuador)**/ezequielza24@gmail.com / Facultad de  
Ingeniería Agrícola. Universidad Técnica de Manabí

Dra. Mirna Oviedo. **(Ecuador)**/moviedo@utm.edu.ec, mirnaoviedo@gmail.com  
/ Instituto de Ciencias Básicas. Universidad Técnica de Manabí

Dr. Enrique Ruiz Reyes. **(Ecuador)**/eruiz@utm.edu.ec / Instituto de Ciencias  
Básicas. Universidad Técnica de Manabí

Dr. Jean Carlos Pérez Parra. **(Ecuador)**/jcarlosp@gmail.com / Instituto de Ciencias  
Básicas. Universidad Técnica de Manabí

Dr. Juan Ramón Primera  
Ferrer. **(Ecuador)**/juan.primera2009@gmail.com, juanrpf@hotmail.com / Instituto de  
Ciencias Básicas. Universidad Técnica de Manabí

Dr. Victor Ernesto Marquez Perez. **(Ecuador)**/victore.marquezp@gmail.com / Instituto  
de Ciencias Básicas. Universidad Técnica de Manabí

Dr. Mario Adelfo Batista Zaldívar. **(Ecuador)**/mariobatzal69@gmail.com / Instituto de  
Ciencias Básicas. Universidad Técnica de Manabí

Dra. Lelly Maria Useche Castro. **(Ecuador)**/luseche@utm.edu.ec / Instituto de Ciencias  
Básicas. Universidad Técnica de Manabí





Dr. Francisco Omar Cedeño Loor. (**Ecuador**)/fcedeno@utm.edu.ec / Instituto de Ciencias Básicas. Universidad Técnica de Manabí

MSc. Jorge Rosendo Flores Herrera. (**Ecuador**)/flojorge@gmail.com / Instituto de Ciencias Básicas. Universidad Técnica de Manabí

Dr. Carlos Alberto Jadán Piedra (**Ecuador**)/cjadan@utm.edu.ec / Ingeniería Industrial. Universidad Técnica de Manabí

MSc. Felipe Rumbaut León (**Ecuador**)/frumbaut@gmail.com / Instituto de Ciencias Básicas. Universidad Técnica de Manabí

Dr. Roberto Bauza Fermin. (**Ecuador**)/rbauza7@gmail.com, robertomapor@gmail.com / Facultad de Ciencias de la Salud. Universidad Técnica de Manabí

Dr. Ramón Eduardo Jaimez Arellano. (**Ecuador**)/rjaimezarellano@gmail.com / Facultad de Ciencias Agronómicas. Universidad Técnica de Manabí

## COMITE EDITORIAL EXTERNO

Dr. Nelson M. Lopera Barrera. (**Brasil**)/nelson.peixegen@gmail.com / Universidade Estadual de Londrina

Dr. Juan C. Castro. (**Perú**)/juan.castro@unapiquitos.edu.pe / Universidad Nacional de la Amazonia Peruana

MSc. Victor Mario García Mora. (**Ecuador**)/victor.garcia@epoch.edu.ec / Escuela Superior Politécnica de Chimborazo (ESPOCH)

Dr. José Homero Vargas López. (**Ecuador**)/jh.vargas@uta.edu.ec / Universidad Técnica de Ambato (UTA)



Dr. Eusebio Ariza garcía. (**Ecuador**)/eariza@yachaytech.edu.ec / Universidad de Investigación de Tecnología Experimental Yachay

Dr. Johnny Bullón (**Venezuela**)/jbullontorr@gmail.com / Universidad de los Andes (ULA)

Dra. Corina Campos (**Ecuador**)/camposc@gmail.com / Universidad Regional Amazónica (IKIAM)

Dr. Oswaldo José Guzmán (**Ecuador**)/oswaldojoseguzman@gmail.com / Universidad Regional Amazónica (IKIAM)

Dra. Yolanda Marina Vargas Rodríguez (**México**)/ymvargas@unam.mx / Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM)

Dr. Enrique Macías Virgós (**España**)/quique.macias@usc.es / Director del Departamento de Matemáticas. Universidad de Santiago de Compostela

MSc. Romualdo S. Silva Jr. (**Brasil**)/romu.fisica@gmail.com / Departamento de Física. Universidad Federal de Sergipe

Dr. Gustavo Javier Chacón Rosales. (**Brasil**)/gjchacon1976@gmail.com / Universidad Federal do Río Grande do Sul. Instituto de Química.

Dr. Tony Jesus Viloría Ávila. (**Ecuador**)/tviloría63@yahoo.es, tviloría@ups.edu.ec / Ingeniería Ambiental. Universidad Politécnica Salesiana

Dr. Alfredo Manuel Del Castillo Serpa. (**Cuba**)/acastillo@cemat.cujae.edu.cu / Universidad de Camagüey (Cuba)

Dra. Marinela Nazareth Colina Rincón. (**Venezuela**)/colinamarinela@gmail.com / Facultad Experimental de Ciencias. Universidad del Zulia. Venezuela. Presidente de la empresa Innovación Ambiental Quitosano (INNOVAQUITO C.A)





Dra. Belgica B. Bravo de Salcedo. (**Venezuela**)/marinelacolina@gmail.com / Facultad Experimental de Ciencias. Universidad del Zulia

Dr. José Gerardo Ortega Fernández (**Venezuela**)/jgoft1970@gmail.com / Facultad Experimental de Ciencias. Universidad del Zulia

Dr. Ullrich Stahl. (**Ecuador**)/ustahl@uce.edu.ec / Facultad de Ingeniería Química. Universidad Central del Ecuador

Dr. Julio Marín. (**Venezuela**)/jmarin@fing.luz.edu.ve / Facultad de Ingeniería. Universidad del Zulia

Dr. Ever Darío Morales Avendaño. (**Ecuador**)/evermster@gmail.com / Facultad de Ciencias Naturales. Universidad de Guayaquil

Dra. Noroska Gabriela Salazar Mogollón. (**Ecuador**)/noroska.salazar@ikiam.edu.ec / Universidad Regional Amazónica. IKIAM

Dra. Nacarid del Valle Delgado Parra. (**Chile**)/nacadel@gmail.com / Universidad Andrés Bello. Facultad de Ingeniería

MSc. Manuel S. Álvarez Alvarado. (**Ecuador**)/manuel.alvarez.alvarado@ieec.org, manuel.alvarez.alvarado@gmail.com / Facultad de Ingeniería en Electricidad y Computación (FIEC). Escuela Superior Politécnica del Litoral (ESPOL)

Dr. Raúl Rodríguez Herrera. (**México**)/rrh961@hotmail.com / Facultad de Ciencias Químicas. Universidad Autónoma de Coahuila

Dra. María Natividad Berradre Ramos. (**Venezuela**)/marinaty@gmail.com / Laboratorio de Alimentos, Departamento de Química, Facultad Experimental de Ciencias. Universidad del Zulia

Dr. Jesús Gabalán Coello. (**Colombia**)/jgabalan@uao.edu.co / Facultad de Ingeniería. Universidad Autónoma de Occidente

Dr. Saba Rafael Infante. (**Ecuador**)/Sinfante64@gmail.com / Universidad de Investigación de Tecnología Experimental Yachay





Dra. Karelen Cristina Araujo Vargas. (**Venezuela**)/karelenaraujo@gmail.com /  
Universidad del Zulia (LUZ)

Dra. María Tera Varela Costa. (**Venezuela**)/mtvarela@usb.ve / Universidad Simón  
Bolívar (USB)

Dra. Viviana García Mir. (**Ecuador**)/vgarciamir@yahoo.es / Universidad Técnica de  
Machala

MSc. Kalina Fonseca Largo. (**Ecuador**)/kalina.fonseca@utc.edu.ec / Universidad  
Técnica de Cotopaxi (UTC)

Dra. Mercy Ilbay Yupa. (**Ecuador**)/merckyu@hotmail.com / Universidad Técnica de  
Cotopaxi (UTC)

Dra. Lauris Urribarrí. (**EEUU**)/laurisurribarri@gmail.com / Investigadora  
Independiente

Dra. Zoraida M. Sivoli Barrios. (**Ecuador**)/zoraida.sivoli@epoch.edu.ec / Escuela  
Superior Politécnica de Chimborazo

Dra. Marianela Luzardo Briceño. (**Colombia**)/manelubri@gmail.com / Pontifical  
Bolivarian University. Faculty of Industrial Engineering

Dr. Franklin José Camacho. (**Ecuador**)/cfranklinj@gmail.com / Universidad de  
Investigación de Tecnología Experimental Yachay

Dr. Yonathan Parra. (**Ecuador**)/ydparra@uce.edu.ec / Facultad de Ingeniería en  
Geología, Minas Petróleos y Ambiental (FIGEMPA). Universidad Central del Ecuador

Dr. Luis Fernando Mejias. (**Ecuador**)/fmejias.ula@gmail.com/lfmejias@espol.edu.ec /  
Escuela superior Politécnica del Litoral (ESPOL)

Dr. Edgar Fabián Espitia Sarmiento. (**Ecuador**)/edgar.espitia@ikiam.edu.ec /  
Universidad Regional Amazónica (IKIAM)

Dr. Ernesto Mora Queipo. (**Venezuela**)/emoraqueipo@gmail.com / Universidad del  
Zulia (LUZ)

MSc. Juan Sebastian Acero Triana. (**EEUU**)/jsa2@illinois.edu / University of Illinois

Dr. Galo B. Montenegro Córdova. (**Ecuador**)/gmontenegro@epoch.edu.ec / Escuela  
Superior Politécnica de Chimborazo (ESPOCH)





Dr. Juan Carlos Osorio López. (**Ecuador**)/osoriojuanc@gmail.com / Pontificia  
Universidad Católica del Ecuador (PUCE)

Dra. Marta Beatriz Infante Abreu. (**Cuba**)/martica840527@gmail.com / Universidad  
Tecnológica de la Habana José Antonio Echeverría (CUJAE)

Dr. Daniel Nuñez López. (**Colombia**)/dnunez@ugr.es / Pontificia Universidad  
Javeriana. Seccional Cali (PUJ)

Dr. Víctor Alberto Granadillo Morán (**Venezuela**)/vgranadillo@gmail.com /  
Universidad del Zulia (LUZ)

Dr. Carlos Daniel Ayala Montilla (**Venezuela**)/carlosdaniel55@gmail.com /  
Universidad de los Andes (ULA)

Dr. Víctor Cerdà Martín (**España**)/victorcerdamartin@gmail.com / Universitat de les  
Illes Balears

Dr. Alexis José Zambrano García (**Venezuela**)/alexiszve@gmail.com / Universidad de  
los Andes (ULA)

Dr. Argenis Montilla Pacheco (**Ecuador**)/argenismontillap@gmail.com / Universidad  
Layca Eloy Alfaro de Manabí (ULEAM)

Dra. Brightdoom Márquez de García (**Venezuela**)/bmarquez2001@gmail.com /  
Universidad de Oriente (UDO)

Dr. López González Wilmer Orlando (**Venezuela**)/lgwilmer@yahoo.com / Universidad  
de los Andes (ULA)

Dra. Zenaida Castillo (**Ecuador**)/zcastillo@yachaytech.edu.ec / Universidad de  
Investigación de Tecnología Experimental Yachay

Dr. Ernesto Antonio Ponsot Balaguer (**Ecuador**)/ernesto.pb@gmail.com /  
Universidad de Investigación de Tecnología Experimental Yachay

Dr. Isidro Rafael Amaro M. (**Ecuador**)/iamaro@yachaytech.edu.ec / Universidad de  
Investigación de Tecnología Experimental Yachay

Dr. Ebner Alexander Pineda Mogollón (**Ecuador**)/ebner.pineda@gmail.com / Escuela  
Politecnica del Litoral (ESPOL)

MSc. Francisco Javier Quiroz Chávez (**Ecuador**)/francisco.quiroz@epn.edu.ec /  
Escuela Politecnica Nacional (EPN)





MSc. Diego German Piccardo Silva (**Uruguay**)/dpiccardo@fagro.edu.uy / Universidad de la República. Facultad de Agronomía

Dr. Alexander López (**Ecuador**)/tula1971@gmail.com / Escuela Politécnica del Litoral (ESPOL)

Dra. Esther Desireé Gutiérrez Moreno (**Venezuela**)/sterguti@gmail.com / Instituto Venezolano de Investigaciones Científicas (IVIC)

Dr. David Lanza escobedo (**España**)/david.lanza@udima.es / Universidad a Distancia de Madrid (UDIMA)

Dr. Rubén E. Cadenas Martínez (**Ecuador**)/ruben.cadenas@unesum.edu.ec / Universidad Estatal del Sur de Manabí (UNESUM)

Dr. Ruly Teran Hilares (**Perú**)/rteran@ucsm.edu.ec / Universidad Católica de Santa María (UCSM)

Dr. Luis Orlando Castellanos Pérez (**Cuba**)/locp@uho.edu.cu / Universidad de Holguín (Cuba)

Dr. Rafael Mauro Ávila-Ávila (**Cuba**)/ravilaa62@gmail.com / Universidad de Holguín (Cuba)

Dr. Jhonny Saulo Alberto Villafuerte  
Holguín (**Ecuador**)/jhonny.villafuerte@gmail.com / Universidad Layca eloy Alfaro de Manabí (ULEAM)

MSc. Gustavo Hincapié Jaramillo (**Colombia**)/gustavo.hincapie@ucaldas.edu.co / Universidad de Caldas

MSc. Richard Pérez Roa (**Venezuela**)/rperez1984@gmail.com / Universidad Central de Venezuela (UCV)

Asesor de Gestión e Imagen  
Dr. Ulises Mestre. (**Cuba**)/umestre@utm.edu.ec / Universidad de las Tunas, Las Tunas (Cuba)

**Los Miembros del comité editorial interno y externo actúan como pares revisores de los trabajos por el sistema doble ciego.**

