

Análisis del momento curvatura en vigas principales de hormigón atravesadas por vigas metálicas

Yordy Mieles Bravo¹, Julio A. Hernández Caneiro²

1. Universidad Técnica de Manabí, Portoviejo, Ecuador. Ave Urbina y Ché Guevara, Portoviejo.
jmieles@utm.edu.ec

2. Facultad de Ingeniería Civil/CECAT. CUJAE, La Habana. Cuba jahcan@civil.cujae.edu.cu.

Abstract— Considerations for the treatment of concrete beams crossed by secondary steel beams is discussed. Even where data are available, they have been used beams of its kind since 2013, especially in the province of Manabí, Ecuador. It is known so far four buildings in which this solution has been used. Besides construction of such projects in the Republic of Cuba, in the area of Mariel. However, structural analysis of this type of construction has been markedly empirical being.

The scope of the recommendations of the American Concrete Institute (ACI) for embedded in concrete, and the use of these regulatory provisions to the location of the opening in beams under study is discussed in this paper.

To analyze the behavior of the cross section, the method of moment versus curvature ($M-\phi$) is used, modeling the behavior of concrete with the proposed linear pattern and tri Mander model for the behavior of the steel by ETABS software. It is evident in the analysis of moment decreases the ability to invade the hollow block compressions. If it is a steel beam crosses and invades the block compressions improves moment but in cross section, requiring another type of treatment for the overall performance level of the longitudinal section.

Index Terms— Momento curvatura, hormigón confinado, resistencia, ductilidad.

I. INTRODUCCION

La construcción de estructuras mixtas usando hormigón armado con acero en forma de varillas y acero estructural (perfiles laminados en frío) tienen ventajas y se proponen cada vez nuevas tipologías constructivas que combinan las mejores características de ambos materiales tratando de conseguir edificaciones más eficientes y económicas. Recientemente se ha comenzado a usar vigas de hormigón con vigas metálicas atravesándolas como las de la figura 1, pero es incertidumbre cuánto se degrada la rigidez, la capacidad resistente y distribución de esfuerzos interiores en las vigas principales de hormigón, que son atravesadas por vigas secundarias de acero.

Por lo general la construcción en hormigón armado con varillas de acero corrugado y perfiles de acero laminados en frío o caliente, se realizan por separado. Pero todo material y tecnología tiene sus ventajas y desventajas y en ciertos casos la combinación de ambos materiales saca lo mejor de cada uno. Ante esto es importante que los diseños y normas en que se

basen sean consistentes con el verdadero comportamiento de esas tipologías.

Las normas para estructuras metálicas (perfiles de acero por ejemplo) y el hormigón armado con varillas de acero se han desarrollado de forma independiente, lo que actualmente se traduce en diferencias en los criterios de diseño y tratamiento. Si su uso se combina se debe tener cuidado pues las normas podrían no ser del todo aplicables (Mieles Y, 2015).



Figura 1. Viga de hormigón con viga de acero pasante.

El bloque de compresiones de la viga de hormigón armado atravesada por un ducto es afectado por el hormigón desplazado, pues se modifica la altura del eje neutro del estado deformado, y a medida que se aumenta la carga la sección comenzará a fisurarse (Cabrera N, 2011). En el estudio sobre pasantes en ductos de vigas de hormigón, Cabrera concluye que la presencia de un ducto embebido provoca en todos los casos de estudio, independientemente del lugar donde lo atraviese en la viga una reducción significativa en el aprovechamiento del elemento estructural. En la misma investigación se concluye además que la influencia del ducto embebido, en la reducción del desempeño de la viga de concreto reforzado, es mucho mayor para zonas donde actúe la fuerza de corte que para el caso donde intervengan los momentos flectores.

Si se generaliza a vigas hormigón atravesadas por vigas de acero, se debe esperar que la viga de hormigón modifique su patrón de fisuras a causa de la degradación de la rigidez de las secciones ubicadas en las regiones en que la viga de acero la atraviese. La evaluación de tal degradación, tanto en rigidez como en capacidad resistente de la viga principal, debe ser contrastada, utilizando para ello diferentes alternativas de comportamiento mediante modelos numéricos, computacionales y experimentales

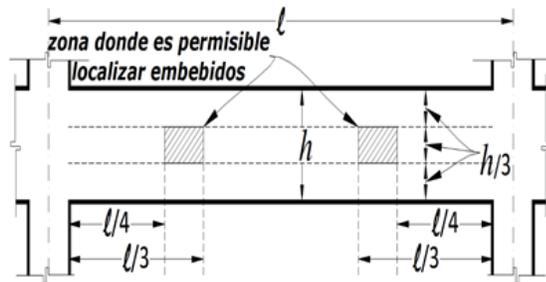


Figura 2. Norma ACI 318 11 para ubicación de ductos o embebidos

En la norma del ACI del comité 318 11 (American-Concrete-Institute, 2014) se reglamenta el uso de embebidos (como ductos, tuberías e insertos) en miembros de hormigón y lo ilustra con una figura semejante a la 2. El comentario R6.3, menciona que “En 6.3 se dan reglas empíricas para realizar instalaciones seguras en condiciones normales, pero deben hacerse diseños especiales para condiciones no usuales”. Es claro entonces que se tratan de reglas empíricas, y además en este diseño “no usual”, no siempre es posible cumplir con todos los requerimientos de la norma respecto a embebidos.

La disposición 6.3.5.1, es posible cumplirla, pues para cargas y luces normales las fogonaduras y la viga que atraviesa no será mayor que $1/3$ el espesor de la viga. La disposición 6.3.5.2, se cumple sin problema, pues no es necesario emplear las vigas secundarias de acero a menos de tres veces su diámetro. La disposición 6.3.5.3 y 6.3.6, deben probarse mediante modelos matemáticos como los métodos de momento versus curvatura y elementos finitos, y luego ser corroborar su valor con ensayos experimentales.

El hormigón es un material de construcción que se diseña bajo unas normas específicas dependiendo del proyecto que se vaya a utilizar y con las características de economía para un determinado fin. El hormigón se elabora a base de diseños con trabajos de ingeniería y que por esta condición están sujetos a cambios, modificaciones y la optimización del producto.

La puzolana es una materia esencialmente silicosa que finamente dividida, no tiene ninguna propiedad hidráulica, pero posee constituyentes (sílice-alúmina) capaces, a la temperatura ordinaria, de fijar el hidróxido de cal para dar compuestos estables con propiedades hidráulicas.

II. MATERIALES Y MÉTODOS

Para comprender las estructuras mixtas se debe entender el comportamiento de los dos materiales que la componen. El análisis de una sección de hormigón armado y su modelación será aproximada si el modelo constitutivo del hormigón y el acero adoptado representan lo que ocurre en la realidad. Se debe entender además el comportamiento a nivel de la sección y del elemento total.

Leyes constitutivas para el hormigón a compresión sin confinamiento

Normativas como el ACI, usan el modelo de Whitney pues es muy simple fijar la magnitud y posición de la resultante de la fuerza de compresión del hormigón; sin embargo, es una propuesta realmente conservadora, pues reemplaza la distribución real de esfuerzos por un rectángulo que define la intensidad de la compresión mediante el valor ($\alpha_1 f_c'$), y en la profundidad ($\beta_1 c$), (Nilson 2010). Es frecuente suponer para los estados límites de resistencia los siguientes valores: $\alpha_1=0,85$ y $0,65 \leq \beta_1 \leq 0,85$.

Leyes constitutivas para el hormigón a compresión confinado

El confinamiento del hormigón mediante el refuerzo transversal mejora su desempeño y permite mayores deformaciones, a la vez que incrementa la ductilidad de un elemento de hormigón, como indican estudios experimentales desarrollados por (Chung H, 2002). Entre los trabajos destacados están los de (Park R, 1982), (Mander J, 1988), (Saatcioglu M, 1992) y (Chung H, 2002) quienes propusieron diferentes relaciones esfuerzo-deformación para el hormigón confinado.



Figura 3. Falla por insuficiente confinamiento en columna y viga

La ductilidad se incrementa al doble si se disminuye a la mitad el espaciamiento del refuerzo transversal, a causa del confinamiento (Nagashima T, 1992). Una falla frecuente durante eventos sísmicos es precisamente, la ausencia del debido confinamiento del hormigón, como puede apreciarse en la figura 3.

La figura 4 ilustra el modelo de comportamiento para el hormigón confinado propuesto por (Mander B, 1988), aplicable básicamente a secciones cuadradas y circulares. La ley contiene una primera rama parabólica que considera, precisamente, el efecto favorable del confinamiento y lo hace mediante un incremento de la resistencia a compresión y la deformación del hormigón. En él la falla se inicia cuando colapsa el refuerzo transversal y ya no es capaz de confinar al núcleo de hormigón, originándose deformaciones mayores que las admitidas por otros modelos. Su propuesta es muy aceptada en la actualidad y

lo es tanto que forma parte de las rutinas de varios software, incluyendo el SAP 2000 y ETABS. Este último software será usado en la modelación de la sección de este trabajo.

La rama curva del comportamiento responde a la siguiente ecuación:

$$f_c = (xrf_{cc}^{\lambda}) / (r-1+x^{\lambda}r) \quad (1)$$

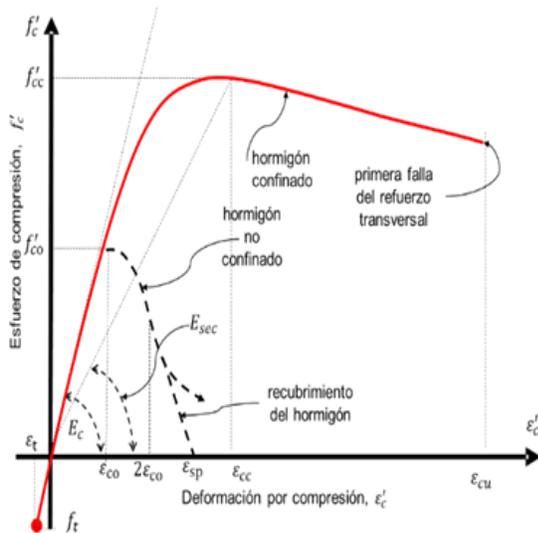


Figura 4. Modelos para hormigón confinado según (Mander B, 1988).

Donde $f_{cc}^{\lambda} = \lambda f_c^{\lambda}$ es el esfuerzo a compresión del hormigón confinado, λ es el factor de esfuerzo confinado $x = \epsilon_c / \epsilon_{cc}$, siendo ϵ_c deformación unitaria del hormigón (variable independiente de la función f_c), ϵ_{cc} deformación unitaria del hormigón asociada al esfuerzo máximo f_{cc}^{λ} . Además $\epsilon_{cc} = \epsilon_{co} [1 + 5((f_{cc}^{\lambda}) / (f_{co}^{\lambda}) - 1)]$ y f_{co}^{λ} resistencia máxima del hormigón no confinado, $\epsilon_{co} = 0,002$ deformación asociada a f_{co}^{λ} , $r = E_c / (E_c + E_{sec})$, $E_c = 5000 \sqrt{f_{co}^{\lambda}}$ en (MPa) es el módulo de elasticidad del hormigón, $E_{sec} = (f_{cc}^{\lambda}) / \epsilon_{cc}$ el módulo secante del hormigón asociado al esfuerzo máximo f_{cc}^{λ} .

Comportamiento del Acero

El modelo que se utiliza es un modelo tri lineal, La primera rama confirma que el material se comporta de manera elástica perfecta y la relación esfuerzo-deformación obedece a la ley de Hooke, mientras la segunda rama reconoce el carácter plástico del material una vez que alcanza la fluencia, es decir, sin que medie necesariamente un aumento de la carga, las deformaciones se incrementan progresivamente. El modelo tri lineal descrito en la figura 5 considera el efecto del endurecimiento pos fluencia con una línea recta inclinada.

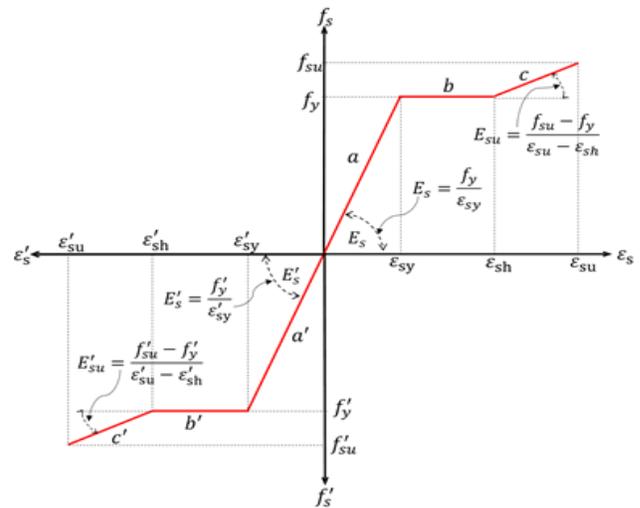


Figura 5. Ley constitutiva para el acero con un modelo tri lineal.

Las ecuaciones que describen este comportamiento son:

$$f_s = \begin{cases} f_y = E_s \cdot \epsilon_s & \text{para } \epsilon_s \leq \epsilon_{sy} \\ f_y = f_y & \text{para } \epsilon_{sy} \leq \epsilon_s \leq \epsilon_{sh} \\ f_{su} = f_y + E_{sh}(\epsilon_s - \epsilon_{sh}) & \text{para } \epsilon_{sh} \leq \epsilon_s \leq \epsilon_{su} \end{cases} \quad E_{sh} = \frac{f_{su} - f_y}{\epsilon_{su} - \epsilon_y} \quad (2)$$

Donde f_s es el esfuerzo del acero, ϵ_s la deformación del acero, E_s la elasticidad del acero en la primera rama antes de la fluencia, ϵ_{sy} la deformación a nivel de fluencia asociada a f_y que es el esfuerzo del acero en el nivel de fluencia, ϵ_{sh} es la deformación al inicio de la zona de fluencia, ϵ_{su} la deformación última del acero asociada al máximo esfuerzo del acero que corresponde a f_{su} y E_{sh} es la elasticidad en la zona de endurecimiento.

Análisis de la sección mediante Momento versus Curvatura M-φ

La relación M-φ es uno de los recursos más utilizados en el análisis de los elementos de hormigón armado, especialmente para estudiar la ductilidad del elemento que se analiza y comprender mejor la formación y desarrollo de rótulas plásticas, encargadas de facilitar la ventajosa redistribución de momentos que puede ser aprovechada en estructura continuas antes de sobrevenir el colapso (Nilson A, 2010). Se puede visualizar además el comportamiento ante la acción de un sismo severo mediante la ductilidad por curvatura, proceso que conlleva al cálculo de la curva M-φ (Aguiar R, 2003)

Existen varios procedimientos para el trazado del diagrama M-φ, definiéndose como curvatura (φ) a la relación entre la deformación a nivel de la fibra más comprimida de la sección, y la distancia hasta el eje neutro (Vargas G, 2005). Todos estos procedimientos se fundamentan en la compatibilidad de las deformaciones a nivel de sección, el equilibrio de esfuerzos interiores (fuerza y momento) y las ecuaciones constitutivas que se adopten para el hormigón y su refuerzo, esquematizados en la figura 6 (Aguiar R, 2012). El proceso se lo puede describir de la forma aproximada siguiente:

a) Fijar una deformación ϵ_{ci} a nivel de la fibra más comprimida del hormigón, dentro del rango admitido por la ecuación constitutiva con el diagrama equivalente transformado para este material, y determinando luego el valor de los coeficientes α_{1i} y β_{1i} para la deformación fijada.

b) Recurriendo a la condición de compatibilidad de las deformaciones, calcular la posición de la línea neutra c_i para la deformación ϵ_{ci} que se haya fijado. Debido a la ecuación constitutiva del acero f_s vs. ϵ_s , no es continua en todo el dominio de deformación, se debe encontrar en qué estado de deformación se encuentra el acero para el correcto cálculo de c . Por el principio de compatibilidad de las deformaciones:

$$\frac{\epsilon_c}{c} = \frac{\epsilon_s}{c-d} \quad \epsilon_s = \frac{c-d}{c} \cdot \epsilon_c \quad y \quad \frac{\epsilon_c}{c} = \frac{\epsilon_s}{d-c} \quad \epsilon_s = \frac{d-c}{c} \cdot \epsilon_c \quad (3)$$

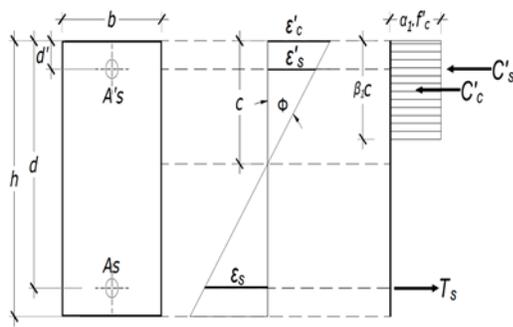


Figura 6. Equilibrio de fuerzas y compatibilidad de deformaciones.

Y haciendo sumatoria de fuerzas

$$F = 0 \quad C'_c + C'_s - T_s = 0 \quad \alpha_1 \cdot f'_c \cdot \beta_1 \cdot c_1 \cdot b + A'_s \cdot f'_s - A_s \cdot f_s = 0 \quad (4)$$

c) Evaluado c_i se verifica que la suma de fuerzas es cero. Luego se encuentra el momento flector M_i mediante la ecuación de equilibrio que corresponde. Observando la figura 6 se comprende el siguiente planteamiento de la ecuación (5).

$$M_i = 0 \quad M_i = C'_c \cdot c - 0.5 \cdot \beta_1 \cdot c \cdot c + C'_s \cdot c - d' - T_s \cdot d - c \quad (5)$$

d) Evaluar el giro de sección ϕ_i como la relación entre la deformación ϵ_{ci} y el valor de c_i y finalmente graficar.

III RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Construcción de la curva Momento vs. Curvatura

Mediante un ejemplo de viga similar a las construidas, se caracteriza el comportamiento de la sección transversal de las vigas en análisis con la relación M- ϕ . Se considera en este análisis que la falla de la viga es a flexión, dado que una viga puede tener una gran capacidad a flexión y una baja capacidad de corte, y se produce primero la falla al corte y probablemente la viga no alcanza a llegar su punto de fluencia o la deformación última, (Aguilar R, 2003). Si una viga tiene una

cantidad grande de acero longitudinal, pero poco refuerzo transversal se produce lo antes anotado. El hormigón fue modelado con la ley esfuerzo - deformación de Mander (hormigón confinado) y un modelo del acero que considera el endurecimiento pos fluencia. La sección de la viga se mantiene constante para todos los casos y coincide con la que se muestra en la figura 7; el aporte del acero en compresión será tomado en cuenta.

El refuerzo a tracción de la sección se define con un porcentaje de acero aproximado $\rho=0.0076$ ubicado en la parte inferior de la viga. Otros datos son: resistencia a la fluencia del acero $f_y=420$ MPa, resistencia a la compresión del hormigón $f_c=21$ MPa, refuerzo transversal, barras No. 10 @ 100mm, refuerzo longitudinal a tracción 5 barras No. 16 en la cara de tracciones, refuerzo longitudinal a compresión 3 No. 16 en la cara de compresiones.

A esta viga típica se le da tres tratamientos distintos para el análisis M- ϕ , conservando siempre la misma dimensión de base por altura y el armado para los tres casos siguientes:

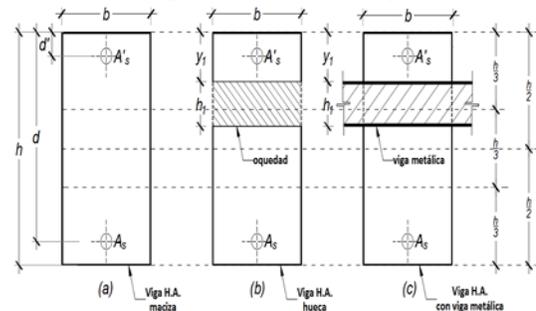


Figura 7. Modelos de vigas en análisis.

1. Una viga con sección maciza, (figura 7a)
2. Una viga con una oquedad de 75 mm de altura y 300 mm de ancho, variando la ubicación en la altura de la oquedad desde el centro geométrico de la sección de la viga hasta el límite de los aceros a compresión (figura 7b).
3. Una viga de hormigón con viga de acero pasante A36, del mismo tamaño que el hueco del segundo caso (75mm de alto, 300 mm de ancho y 3mm de espesor), variando la ubicación de la viga desde el centro geométrico de la sección de la viga hasta el límite de los aceros a compresión (figura 7c).

Tabla 1. Relación M- ϕ en viga maciza y con hueco (40 mm de recubrimiento al acero).

M- ϕ viga maciza (área hormigón=1500 cm ²)		M- ϕ con hueco al centro (área hormigón=1275 cm ²)		M- ϕ con hueco en eje geométrico (área hormigón=1275 cm ²)		M- ϕ con hueco a 5 cm del eje geométrico (área hormigón=1275 cm ²)		M- ϕ con hueco a 75 cm del eje geométrico (área hormigón=1275 cm ²)		M- ϕ con hueco al límite del refuerzo comprimido (área hormigón=1275 cm ²)	
curvatura (rad/mm)	momento (kN-m)	curvatura (rad/mm)	momento (kN-m)	curvatura (rad/mm)	momento (kN-m)	curvatura (rad/mm)	momento (kN-m)	curvatura (rad/mm)	momento (kN-m)	curvatura (rad/mm)	momento (kN-m)
1	0.00E+00	0.00	0.00E+00	0.00	0.00E+00	0.00	0.00E+00	0.00	0.00E+00	0.00	0.00E+00
2	0.00E+00	39.56	0.00E+00	3956	0.00E+00	3619	0.00E+00	10161	0.00E+00	95.02	0.00E+00
3	1.12E-05	368.77	1.12E-05	36877	1.09E-05	36860	1.04E-05	16833	9.96E-06	170.29	9.88E-06
4	2.02E-05	171.30	2.02E-05	17110	1.96E-05	17101	1.87E-05	17081	1.79E-05	171.13	1.78E-05
5	3.14E-05	175.11	3.14E-05	17511	3.04E-05	17425	2.91E-05	17306	2.79E-05	171.10	2.78E-05
6	4.49E-05	166.23	4.49E-05	16619	4.34E-05	16504	4.15E-05	16351	3.98E-05	161.86	3.89E-05
7	6.09E-05	160.28	6.09E-05	16023	5.86E-05	15880	5.61E-05	15487	5.38E-05	149.22	5.33E-05
8	7.89E-05	152.03	7.89E-05	15194	7.60E-05	15178	7.27E-05	15010	6.97E-05	145.03	6.89E-05
9	9.87E-05	141.05	9.87E-05	14100	9.56E-05	14076	9.18E-05	139251	8.76E-05	140.04	8.69E-05
10	1.23E-04	127.80	1.23E-04	12750	1.17E-04	12693	1.10E-04	12577	1.03E-04	129.47	1.02E-04
11	1.48E-04	110.42	1.48E-04	11090	1.41E-04	11046	1.33E-04	10967	1.26E-04	116.05	1.25E-04
12	1.73E-04	94.84	1.73E-04	9478	1.67E-04	9473	1.60E-04	14406	1.53E-04	148.92	1.52E-04
13	2.02E-04	84.38	2.02E-04	8417	1.96E-04	8413	1.87E-04	14614	1.79E-04	146.37	1.78E-04
14	2.33E-04	77.12	2.33E-04	7716	2.26E-04	7675	2.16E-04	14638	2.07E-04	146.20	2.06E-04
15	2.67E-04	71.11	2.67E-04	7189	2.59E-04	7184	2.47E-04	14781	2.37E-04	147.34	2.36E-04

Se procede a calcular utilizando el software ETABS versión 2013. La viga del ejemplo es modelada, primero maciza, y luego se le añade una oquedad, moviendo su ubicación desde el centro geométrico de la viga de hormigón hasta el límite posible que son los aceros superiores de compresión. Los resultados del $M-\phi$ se presentan en la tabla 1, y de forma gráfica en la figura 8.

En la figura 8 se muestra el análisis de $M-\phi$ para una viga maciza y con oquedad. La oquedad se la hace variar en la altura de la viga de hormigón, empezando desde el centro geométrico de la viga maciza, hasta donde lo permite el límite, es decir cuando se topa con los aceros longitudinales de la cara de compresión, con un recubrimiento de 40 mm, como se ilustra en la figura 9.

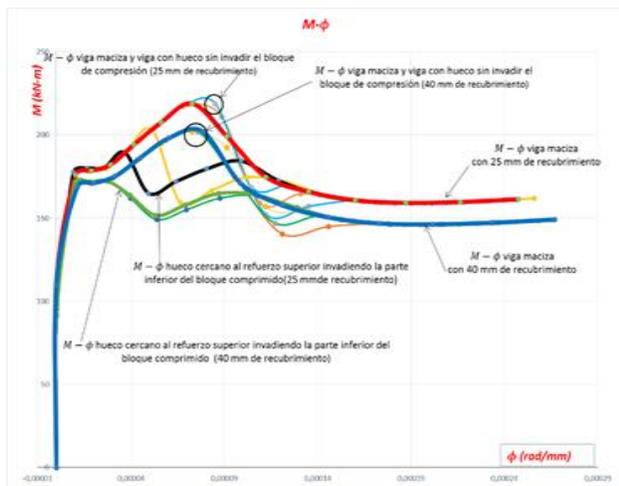


Figura 8. $M-\phi$ para una sección maciza y con hueco (4 cm de recubrimiento al acero)

La curva de la relación $M-\phi$ se mantiene igual hasta la fluencia del acero, luego de lo cual varía cuando la abertura ingresa al bloque de compresiones "a" de la viga en su estado límite de falla, que es aproximadamente $a=8$ cm desde la fibra más alejada en compresión hacia el eje neutro. La altura desde la fibra neutra a la fibra más alejada en compresión "c" es de 9,50 cm aproximadamente, y el hueco solo logra interrumpir 3 cm aproximadamente del bloque real de esfuerzos y lo hace en la parte menos comprimida, es decir la parte del bloque de compresiones real con menos esfuerzos, de modo que no se pierde mucha resistencia. Se evidencia que cuando el hueco llega a la zona de compresiones el momento resistente de la sección baja 13% con relación al momento de fluencia.

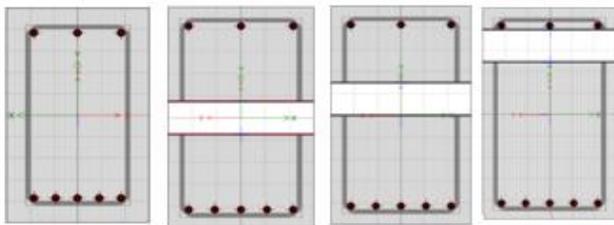


Figura 9. Viga de hormigón maciza y con viga metálica (25 mm de recubrimiento al acero).

Se hace un segundo análisis con un recubrimiento de 25 mm, cobertura del acero que no es el normativo, pero se lo hace para lograr invadir más el bloque comprimido. Sus resultados gráficos se muestran en la figura 10. La gráfica 10 hace notar que la viga de acero colabora con el bloque comprimido de hormigón y la resistencia es aproximadamente similar a la de una viga maciza, en la etapa en que la viga ha invadido el bloque de compresiones. No así en la etapa en que la viga metálica se ubica en la zona de tracción, donde muestra valores de momentos 28% mayores que los de una viga de hormigón maciza.

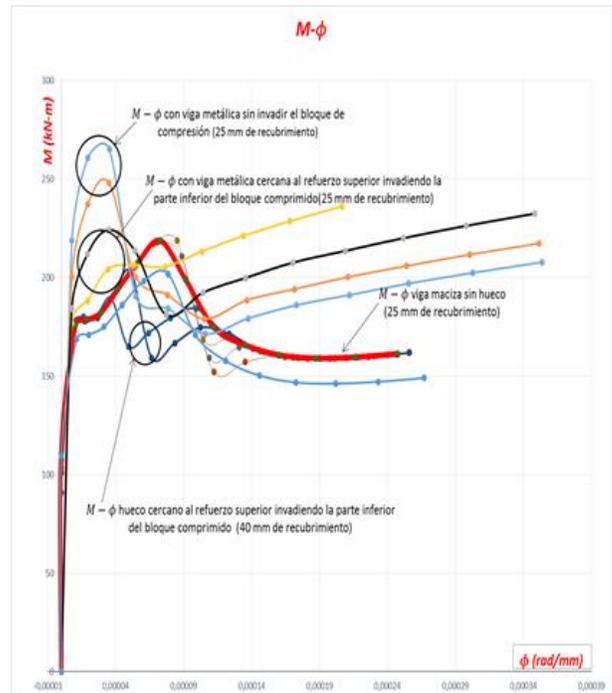


Figura 10. $M-\phi$ para una sección maciza y con hueco (25 mm de recubrimiento al acero).

IV. CONCLUSIONES

- La ductilidad se incrementa un 13% si el hueco invade la zona del bloque de compresiones de la viga de hormigón, pero su resistencia a momento máximo disminuye un 17%. En una viga de hormigón armado al introducir una oquedad o viga metálica, esta no le afecta hasta que el hueco invade el bloque de compresiones. Las indicaciones dadas en 6.3 por el código del ACI 318 11 son aplicables a una sección con hueco y con viga metálica atravesando, pues mientras se mantenga la abertura y su tamaño dentro de los límites normativos, esta no afectará el desempeño de la sección.
- El perfil de acero usado como viga secundaria incrementa notablemente la capacidad de momento en la sección transversal infinitesimal dx , si es que la superficie de la viga metálica tuviera adherencia perfecta con el hormigón, que es lo muestra la gráfica 10. Probablemente esto no se cumple a nivel de sección longitudinal, dado que el perfil de acero no es continuo al igual que las varillas de acero. Además la adherencia no será perfecta entre el perfil de acero y el hormigón, pues su longitud y superficie no son suficientes.

- La conclusión anterior sugiere que para validar las hipótesis de compatibilidad de las deformaciones, de la planeidad de la sección aplicadas a la tipología estructural de vigas descrita en este trabajo, se debe recurrir a métodos de elementos finitos, que consideren la interacción entre materiales e involucrar a toda la sección longitudinal y ser comprobados experimentalmente.

REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA

- Aguiar R. (2003). Análisis sísmico por desempeño. Quito: ESPE.
- Aguiar R. (2012). Vulnerabilidad sísmica de un edificio de 16 pisos: relación momento curvatura. II Congreso de Ciencia y Tecnología (pág. 1 a 13). Quito: ESPE.
- American-Concrete-Institute. (2010). Recomendaciones para el Diseño de Conexiones Viga-Columna en Estructuras Monolíticas de Concreto Reforzado. Farmington Hills MI: ACI.
- American-Concrete-Institute. (2014). Building Code Requirements for Structural Concrete 318R 14. Farmington Hills MI: ACI.
- Anandavalli N, R. J. (2013). Static Response of Steel-Concrete Sandwich Beam with BI-Directionally Inclined Connector. American Journal of Civil Engineering and Architecture, Vol. 1, 15-20.
- ASTM C469. (21 de 3 de 2015). Standard test method for static and modulus of elasticity and poisson's ratio of concrete in compression. Obtenido de www.astm.org: www.astm.org
- Cabrera N. (2011). Influencia de las aberturas transversales, en la resistencia a corte y flexión en vigas de concreto reforzado. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia.
- Chung H, Y. H. (2002). Stress-strain curve of laterally confined concrete. Eng. Struct., 1153-1163.
- Hernández H, B. J. (2014). Estudio del comportamiento de vigas compuestas de hormigón y acero mediante simulación numérica. Revista Ingeniería de Construcción, Vol 29 N. 1.
- Hernández J, H. J. (2013). Hormigón Estructural Diseño por Estados Límites. La Habana: Félix Varela.
- Herrera R. (2012). Conexiones para Elementos Compuestos. Santiago: Universidad de Chile.
- Husem M, P. S. (2006). Investigation of stress-strain models for confined high strength concrete. Sadhana, 243-252.
- Mander B, P. M. (1988). Theoretical stress-strain model for confined concrete. Journal of Structural Engineering, Vol 114, No. 8 pp 22686.
- Mander J. (1988). Seismic design of bridge piers. New Zealand: Ph.D Thesis, Department of Civil Engineering, University of Canterbury.
- Mieles Y, C. J. (2015). Comportamiento de secciones de hormigón sometidas a flexión reforzadas con barras de acero o prf. Primer Taller Nacional de Seguridad de las Estructuras, Guardalavaca, Holguin, (págs. 1-15). Guardalavaca.
- Nagashima T, S. S. (1992). Monotonic axial compression test on ultra-high-strength concrete tied columns. 10th World Conference on Earthquake Engineering, (págs. 2983-2988). Rotterdam.
- Nilson A, D. D. (2010). Design of Concrete Structures. New York: Mc Graw Hill.
- Norma Ecuatoriana de la Construcción. (2014). Estructuras de Hormigón Armado NEC-SE-HM. Quito: Ministerio de Desarrollo Urbano y Vivienda.
- Panés A. (2011). Simulación numérica de la interconexión de corte de vigas mixtas de acero de alta resistencia y hormigón UHPC. Obras y Proyectos, 12, 16-25.
- Park R, P. M. (1982). Ductility of square-confined columns. J. Struct. Div., 929-950.
- Roy H, S. M. (1964). Ductility of concrete. In Flexural Mechanics of Reinforced Concrete. American Concrete Institute/American Society of Civil Engineers, 213-224.
- Saatcioglu M, R. S. (1992). Strength and ductility of confined concrete. J. Struct. Div., 118: 1590-1607.
- Sargin M. (1971). Stress-strain relationships for concrete in the analysis of structural concrete sections. Solid Mechanics Division.
- Vargas G, G. J. (2005). Procedimiento para obtener gráficas momento-curvatura en vigas de concreto reforzado. Ingeniería, (9-1) 2005 37-47.